北星論集(経) 第 27 号　　　　　　　　　　　　　　　　　　March 1990

カオス的変動と公債負担
―― 現代経済動態論(1) ――

酒　井　　　徹

目　次

アブストラクト

本稿は2つの問題を個別に考察する。第1に，標準的で確定論的な世代交代モデルにおいてカオス的変動を生み出す例題を扱う。第2に，同様の動学的枠組において「リカード等価定理」の本質を含む例題を扱う。

1．カオス的変動とは，実現可能な軌道のうち有界な変動域にとどまるが定常点あるいは周期軌道へと収束しないものを言う。また，非線型定差方程式がそのような動態を生起することができる。カオス的動態は実証研究における実践的重要性というよりはむしろ理論的可能性が高く評価され，多くの関心を引くところとなっている。

多くの理論的カオスモデルはその本質において集計的である。本稿では，ベンハビブとデイ〔1982〕に従って世代交代モデルという典型的マクロモデルに Li-Yorke 定理を応用している。

2．政府支出が現在の課税で賄われようと，あるいは借入れ（すなわち将来の課税で償われる公債の発行）で賄われようとこれら２つの手段に差はないであろう。この命題はリカードにより考えられ，また棄却されたものであるが，バロー〔1974〕以来「リカード等価定理」と命名されて来た。

世代交代モデルはカオスの問題と並んで公債負担の問題を考察するうえで特に扱いやすい文脈を備えている。我々が単純な動学モデルを用いる理由もここにある。

序　　論

Ⅰ．フイッシャー〔1930〕によって先鞭をつけられた古典的利子理論は，利子率がいかなる理由で正値に決定されるかという問題に対するひとつの解答を与えている。この解答は彼の著書の副題にみられる２つの要因に現れているように，所得を支出しようとする非忍耐(impatience)[(1)]と，それを投資する機会(opportunity)である。非忍耐とは一般的に人々は生存期間の早い時期により多くの消費を行うことを，遅い時期に行うことよりも好む傾向があることを意味しており，将来の効用の割引き，ないしは主観的な交換比率が現在消費に高く傾くこととして知られる。他方，投資機会はしばしば次のように考えられる。すなわち，より多くの所得を得ようとするならば人々は迂回生産のような技術的要因に依拠しつつ，その成果を待つというものである。結局，これら２要因の働きにより，人々の初期において低い所得は一層の増大が強く所望され，後期においては若年期ほどは所望されないけれども所得は豊かなものとなる，とされる。需要と供給の法則の支配するところに従えば，消費財の異時的交換比率すなわち価格は，はじめは高く，時の経過と共に低下して行くから，利子率という概念を用いてこれを言い換えるならば利子率は正の値をとる，ということである。形式的には次のように表現されよう。現在財価格 p_1 と将来財価格 p_2 との比率 $p_1／p_2$ は利子因子に等しく

決まる。すなわち，r を利子率とすれば，$p_1 / p_2 = 1 + r$ が成り立つ。将来財価格が現在財価格より低いことは $r > 0$ すなわち，利子率が正の値をとることを意味している。

D．ゲイル〔1973〕が指摘するように，このようなストーリィには何か誤謬が感じられる。なるほど，ある特定の若年層の所得は彼の人生全体の所得の流れにおいては相対的に低く，それゆえに，彼にとっては20年先の高い所得よりも現在の所得がより多い方がもっと望まれるかも知れない。しかしながら，そこから社会全体についても同様の推論ができるとするのは早計である。社会はいつの時点においてもあらゆる主体の混成である。従って，もし若年世代と老年世代とが重層をなし，非忍耐型で低所得の人々のグループと並んで，忍耐性に富む高所得の人々のグループが生存するならば，社会全体として見た所得水準は充実の度合いが高いとか，逆に低いとかを一概に言い当てることは不可能である。しかも，人口が成長を止めている社会にあっては，非忍耐型の若者のウェイトは不変となり，ある時代が他の時代よりも所得水準が充実しているか否かを断言することはできなくなる。

しかし，もし人口が成長しているならば，非忍耐的な若者のウェイトが着実に高まるような世代構成がいつの時点でも現れる。このことは，利子率を人口成長率に結びつける発想を生み出すことは容易に想像がつく。P．サミュエルソン〔1958〕の言う「生物学的利子率」がこれを想起させる。ただし，彼の利子率は非忍耐とか投資機会といったフイッシャー的要因とは無縁であることは特筆すべきである。しかも，サミュエルソンの例題はフイッシャーを典型とする古典的利子理論の示す特性とは正反対のそれを持つものであり，考察される若年層が借り手ではなく貸し手として登場するところに古典的世界とは逆のものとなっている。

サミュエルソンのケースでは若年層が貯蓄を形成し，「社会的工風」としての貨幣を仲介として老年層に貸与される。しかし，その決済は人口の成長が永続する限り次の新しい世代の形成する貯蓄を財源として行われ，これが無限に続けられて行く。しかも，すべての個人が自分達の貯蓄に対して自然成長率に等しい利子を得ることができるようになり，その分だけ各人の可能な消費の拡大と，より高い効用水準の達成ができるようになる。これが社会保障システムの基本として政府を登場させる論

拠にもなるのである。

さて，古典的ケースでは人々はライフサイクルの初期にはより多くの消費支出を決意し，後期にはより少ない消費支出を決意する。サミュエルソンのケースはその逆である。別の言い方をすれば，全体としての人口は古典的ケースでは（人口成長率がプラスである限り）債務者であり，サミュエルソンのケースでは債権者となる。人々の富を所得マイナス消費と定義すれば，債務者の富は負，債権者のそれは正である。もちろん，予算制約式からライフサイクルにおける富はゼロとなる。従って，人口成長率が一定で，均衡利子率がこれに等しい経済，いわゆる「黄金律」の支配する経済における富の社会的総和は，古典的ケースでは負，サミュエルソンのケースでは正となっている。

ゲイルの分析では社会全体の富が主要な役割を演じている。例えば，サミュエルソンの「不可能性定理」の一般的証明を導くのはこれである。すなわち，いま「生物学的」時間における一時点からモデルがスタートするとしよう。その時，モデルが黄金律経済をやがて達成することはおろか，近づくことさえも不可能である，とするのが上の定理である。スタート時点で経済プログラムはその後各期でゼロの集計的資産を形成するものでなければならないから，非ゼロの集計的資産（富）を形成するプログラムへ近づいて行くことは不可能である。その意味で，サミュエルソンのケースにおける黄金律経済は不安定である。

ゲイルは黄金律経済とは別個の定常状態をひとつ考え，取引きなき均衡（non-trade equilibrium）と呼んだ。そこでの利子率が古典的ケースでは人口成長率より大きく，サミュエルソンのケースでは小さいことが示されるとともに，前者のケースでは不安定となり，後者（サミュエルソン）のケースでは安定となることが証明されている。

ゲイルの分析で最も重要なのは，モデルの非定常的動態を考察している個所である。これは後にベンハビブとデイ〔1982〕によるカオス分析でとりあげられた例題であり，以下の第1節でその分析内容に言及する。

ライフサイクルにわたる消費行動の分析は以上のような利子理論の展開の中で興味深い結論を生み出して来た。社会保障システムの設計における「社会的工風」としての貨幣とそれに付随する政府の役割がそのひとつであり，人口成長率と利子率の均等性が持つ規範的意義とその動学

的特性の合意がそれに続く。いわゆる「世代交代モデル（overlapping generations model)」として現在定着しつつある2期間動学モデルはライフサイクルを若年期と老年期のみに簡略化したモデルであるが，その応用範囲は多岐にわたっている。いわゆる資源配分上の歪み(distortion)に関して利子課税ないしは資本所得税（capital income tax）の賦課がどのような影響を示すかという議論をはじめ，租税の負担(tax burden)に関する議論に対しても異時点間の消費の理論は重要な視点を提供するものである。

公債の負担についても同様の応用が可能である。伝統的に有効な政策とされてきた公債依存型財政政策に対する疑義が理論と政策の場面で噴出して久しいが，合理的予想形式論者の提案する「リカード等価定理」の導出における世代交代モデルの援用は実に興味深い。第2節において本稿がとりあげる単純な2期間モデルはバロー〔1974〕の手法を極端に単純化したものであるが，上の命題の論点を明快に伝えている。

多期間モデルへの拡張は第2－3節で示されている。再び公債の負担に関する議論がここでのテーマとなっている。

付録では，周期的に振動する所得のもとでの消費・貸付け行動の多期間分析がとりあげられている。

1．カオス的変動

1－1　世代交代モデル

ゲイル〔1973〕に従って一定の成長率 g で増大する重層世代の人口を考え，そこでは世代間取引きが生じていると考えよう。代表的個人は2期間生存し，若年期には $C_0(t)$ の消費を，老年期には $C_1(t+1)$ の消費をすることを個人が若年期のうちに計画するものとする。また消費は非負の大きさであると想定する。

個人の選好は効用関数 $U(C_0(t),\ C_1(t+1))$ で表わさる。個人は若年期に y_0，老年期に y_1の所得を賦与され，このパターンはすべての第 t 世代に共通不変と想定する。t 期における利子率を $r\ (t)$ とし，利子因子を P_t で表わす。すなわち，$P_t=1+r(t)$ が以下では用いられる。P_t は現在消費と将来消費との間の交換比率を表わしている。そして P_t は次

式のように代表的個人の予算制約式を規定している。

(1) $C_1(t+1)=y_1+P_t[y_0-C_0(t)],\qquad C_0(t)\geqq 0,\ C_1(t+1)\geqq 0$

集計的所得賦与量は上述の y_0, y_1に関する定常性の想定と人口成長率 g の前提から，成長率 g で増え続けることになる。従って，市場の需給均衡条件は

(2) $(1+g)[y_0-C_0(t)]+[y_1-C_1(t)]=0$

となる。ゲイルはこれを実現可能性 (feasibility) 条件と呼んでいる。(2)は社会にとっての財の利用可能性を t という同一時点（期間）で把えたものである。他方，個人にとってのライフサイクルにわたる財の利用可能性を示す条件が(1)である。そして，この経済の消費計画が，社会的にも個人的にも実現可能であるためには，上の(1), (2)の量的制約が共に満足されなければならないのである。

第 t 世代の最適消費計画は次の条件を満足しなければならない。

(3) $P_t=\dfrac{U_0(C_0(t),C_1(t+1))}{U_1(C_0(t),\ C_1(t+1))}$

ここで U_0, U_1 は偏導関数の示しており，限界効用の概念に相当する。この式を予算制約式(1)に代入して次式を得る。

(4) $\dfrac{U_0(C_0(t),\ C_1(t+1))}{U_1(C_0(t),\ C_1(t+1))}=\dfrac{y_1-C_1(t+1)}{C_0(t)-y_0}$

他方，実現可能性を示す条件(2)を $C_1(t+1)$ について求めると

(2)′ $C_1(t+1)=y_1+(1+g)[y_0-C_0(t+1)]$

となる。これを代表的個人の予算制約式(1)に代入して

$$\begin{aligned}C_1(t+1)&=y_1+(1+g)[y_0-C_0(t+1)]\\&=y_1+P_t[y_0-C_0(t)]\end{aligned}$$

を得る。これより

$$C_0(t+1)=y_0+\frac{P_t}{1+g}[C_0(t)-y_0]$$

が得られる。そこで(3)式の最適条件を用いると上式は

(5) $C_0(t+1)=y_0+\dfrac{1}{1+g}[C_0(t)-y_0]\dfrac{U_0(C_0(t),C_1(t+1))}{U_1(C_0(t),C_1(t+1))}$

と表わされる。ここで(4)式を $C_1(t+1)$ に関して解いて

$C_1(t+1)=G(C_0(t)\,;\,y_0,\ y_1)$

とすると，(5)式は結局 $C_0(t)$ の関数として表わされることとなる。すなわち，

$$(6)\quad C_0(t+1)=y_0+\frac{1}{1+g}[C_0(t)-y_0]\,V(C_0(t)\,;\,y_0,\,y_1)$$

これは非線型定差方程式である。ゲイルはこの方程式によって表わされる経済のたどる軌道は，定常状態あるいは極限循環のいずれかに収束するサイクルを示すことがある，としている。後に，ベンハビブとデイ〔1982〕はサイクル軌道は収束することなしに振動する可能性があるとし，世代交代モデルにおける交換均衡は乱調的（erratic）かもしれないと考えている。ここに言う乱調的均衡とは，軌道 $(P_t,\ C_0(t),\ C_1(t+1))_0^\infty$ を構成する変数が定常状態または極限循環へと収束することなしに有界の範囲にとどまり続けるような状況を言う。和田〔1989〕はこれを「不規則変動」とも呼んでいる。

1－2　経済理論に応用されるカオス

サミュエルソンの世代交代モデル以来，経済学会誌上では重層する世代の生み出す資源配分上の効率性（パレート最適）をめぐる議論が中心テーマのひとつであった。ベンハビブとデイがとりあげたテーマはこれと異なっており，世代間の取引きが行われる経済の非定常的経路の特性を検討し，それが不安定なものであることを示すものである。

ゲイル〔1973〕は世代が重層する経済における完全予見型景気循環をはじめてとりあげた例である。彼は「面白い一例」を超える可能性として景気循環を見たにすぎない。それゆえ，彼のモデルは極限循環を示すがカオス（chaose）を示すものとなっていない。ところが，ベンハビブとデイが彼等の共同論文において Li-Yorke 定理を P．ダイアモンド〔1965〕の世代交代モデルの修正版へと応用して以来，カオスが経済理論に登場することがしばしば見られるようになった。[1][2]

そこで本節ではカオスとして知られる乱調的な動態が(6)式に見るような非線型定差方程式に発生することを考察する。その前に次のガーディナー〔1983〕の冒頭の言葉を引用しておこう。

「19世紀末まで，自然科学の世界では確率論的微分方程式の利用はなかった。初期条件のデータさえしっかりと集められるなら，確実にその

後の動態は予測されうるかのような取り扱い方が当時の共通した思考であった。

現在，事態は変わり，少なくとも2つの改善・進歩が見られる。

第1に，この4半世紀のうちに量子力学の発展は新しい物理学を台頭せしめた。これは従って，あらゆる科学にとって新しい理論的基盤となる。しかもこれに対応して，本質的基礎部分として純粋統計学的要素を内蔵していることである。

第2に，ごく最近になってカオス（chaose）の概念が登場し，極めて単純な定差方程式体系が，本質的には予測不可能な動きに対しても何らかの特性を顕示しうるという驚くべき内容を示す。誤解のないようにことわっておくが，予測不可能な動きを示すシステムの将来を予測しうるのは，初期条件を正しく知っていることを前提とするのである。すなわち，何かの誤差が初期条件に入りこむと，時間の進行とともにその誤差が急速に広まって行き，やがて実際上の予測能力が消失することになるからである。

カオスの存在そのものは別にめずらしくもない。我々の毎日の経験からすれば純粋に予測可能な事態よりもこちらの方が馴染み深いのである。むしろ，そのことに気がつくまでに長い時間を要したという点こそ，驚くべきであろう。」

高度に不規則かつ不安定な性格をもつ振動を数学述語で〝chaotic〟であると言う。それは確率論的（stochastic）衝撃が原因で外生的に生ずるのではなく，技術，選好，行動ルールの相互作用で内生的にのみ発生するのである。このような不規則な上下変動の過程を辿る現象は数理生物学の分野において最初にとりあげられ，物理学や経済学における動学に応用されることとなったのであるが，当初にカオス的変動現象が単純な定差方程式から生み出されることを指摘したのはR．メイ〔1976〕である。以下では彼の例を用いてカオスの意味を説明する。

ロジスティック写像としてよく知られている古典的例題は，多くの変動現象を次のような1階非線型定差方程式で示している。

$$x_{t+1}=ax_t(1-x_t)$$
$$=f(x_t)$$

ここでaはシステムの動態の性格を決定的に規定するパラメーターであ

る。上の方程式は $x_t=0$ と $x_t=1-1/a$ という均衡点 (fixed point) を持つこととなるが，均衡が複数存在するという性格は非線型システムの特色のひとつでもある。

任意の t において，上の方程式の x の値はある区間 J の値にとどまるものとする。例えば〔0，1〕がそれである。また，$x_t=x^*$ のときの x_{t+i} は方程式から求まる。例えば x_{t+1}，x_{t+2}，x_{t+3}，…がそれである。これらを

$$
\begin{aligned}
x_{t+1}&=f(x^*)\\
x_{t+2}&=f(f(x^*))=f^2(x^*)\\
x_{t+3}&=f(f(f(x^*)))=f^3(x^*)\\
&\vdots
\end{aligned}
$$

と書くことにする[(3)]。このとき，もし

(7)　$f^3(x^*)\leqq x^*<f(x^*)<f^2(x^*)$

を成立させるような点 x^* が存在すれば，それぞれの i＝1，2，3…に対して $x\in[0,\ 1]$ (あるいは一般的に $x\in J$) であるような周期解が存在する[(4)]。このような周期解に対し，様々の点からスタートした軌道は究極的にこれに接近するかと思えば，次には再び離れていってしまう。しかも，そのような型の軌道を実現させるような初期値の数は数えあげれないほど多いのである。これは Li-Yorke〔1975〕の定理として知られて

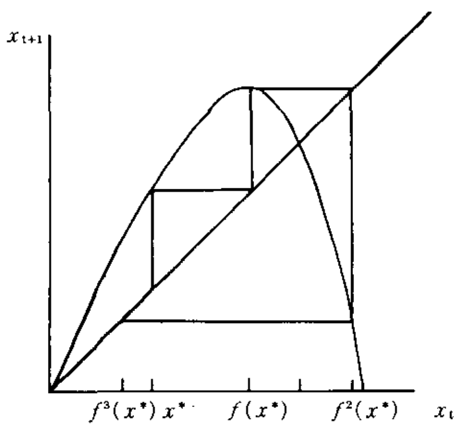

図1　Chaos

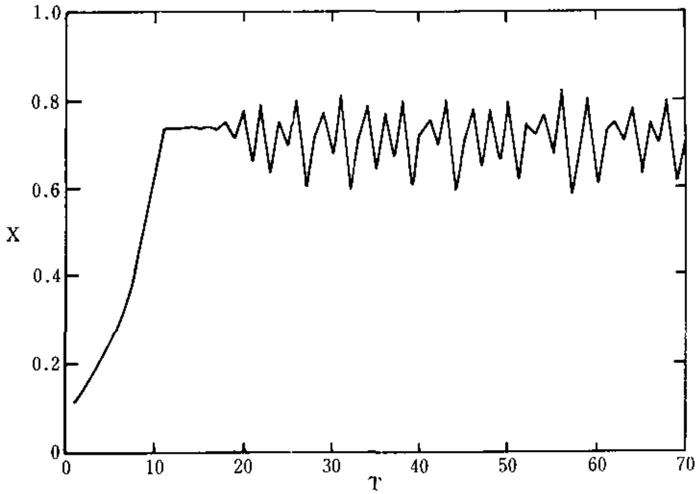

図2

いるカオス定理である。

これを図で確かめることができる。いま，

$$x_{t+1}=ax_t(1-x_t)$$

の位相図が図1の放物線で描かれるとしよう。半直線は45度線である。そして x_t の大きさが x^* に等しいとすれば，x_{t+1} は $f(x^*)$ に，x_{t+2} は $f^2(x^*)$ に，そして x_{t+3} は $f^3(x^*)$ に等しく求まる。それゆえ，この場合の x の軌道は(7)式の x^* の条件を満たす初期値からスタートしている。したがって，Li-Yorke の定理が成立し，特に，循環的変動の経路や乱調的変動の経路が存在することになるのである。図2は後者の典型を例示している。

2. 公債の負担

異時点間にわたる (intertemporal) 消費行動は，F．ラムゼイ〔1928〕の貯蓄理論によって先鞭をつけられた。古典的変分法の適用によるラムゼイの理論はその後，最適成長モデルの展開過程の中でさらに精緻化されたことは周知に属する。

異時点間にわたる消費の評価は二つの基準からなされる。すなわち，

主観的評価と市場による評価がそれである。前者は時間選好率であり，後者は現在財と将来財との交換比率である。これらの評価概念は同一時点で考えられる消費行動を分析する用具としての限界代替率（marginal rate of substitution）と相対価格（relative price）に完全に対応している。

異時点間にわたる消費の相対価格は粗利子率（gross rate of interest）に等しい。従って，この時の相対価格は利子課税ないしは資本所得税（capital income tax）の公課によって変化し，いわゆる**資源配分上の歪み**（distortion）が発生しうる。これに対し，一括税（lump-sum）型の所得税は，異時点間の代替効果を持たず，所得効果のみの発生となる。従って，正常財（normal goods）を考える限り，この種の租税公課は各時点共通に消費水準を低下せしめる効果を持つ。**租税の負担**（tax burden）を実質所得，消費水準あるいは効用水準等々の低下を尺度基準として把えるならば，異時点間の消費理論は租税負担論に重要な視点を提供するものである。

公債の負担についても同様の分析が可能である。伝統的に「有効」と考えられて来た「公債依存型」財政政策に対して疑義が示されて久しいが，合理的予想形成論者の示す**「リカード等価定理」**の導出に際して，ラムゼイ以来の異時点間にわたる消費行動理論がヒューイリスティックに援用されていることは興味深い。

貯蓄はまた資産形成でもある。資産が貸付けであると考えるならば，消費・貯蓄行動はローン市場の均衡と斉合的であらねばならず，資産が貨幣（つまり政府債務）の形態をとる場合にもこの斉合性が主体の最適条件と貨幣市場の均衡条件の間に成立しなければならない。従って，異時点間にわたる消費の問題を異時的な限界代替率と異時的な価格比率との均等という評価均衡（valuation equilibrium）は，市場における瞬時的調整能力を前提として成立する。

本節は，動学的枠組の中で公債負担の問題を分析することを目的としている。その場合，上に述べたような異時点間にわたる消費のモデルそれ自体の特色を見る事からスタートし，後にその応用例を逐次とりあげて行くものとする。

2－1 消費者選択の2期間モデル

ある消費者の2期間にわたる消費決定を分析することから始める。I.フイッシャー〔1930〕によって最初に導入された**2期間モデル**の最も単純なものとして，以下でとりあげるような消費・貯蓄モデルが知られている。それは労働所得を外生的とみなすことによって生産を捨象し，特に異時点間にわたる消費量配分が貯蓄量の決定を通じてなされるという点に分析が限定されている。

消費者は2期間だけ生存し，その間の選好順列(preference ordering)は次の効用関数によって表現されるものとしよう。

(1) $U=U(C_0,\ C_1)$

ただし効用関数は C_0，C_1 に関して増加関数であり，かつ強く準凹(strictly quasi-concave）とする。また，C_0 は若年期の消費量を表わし，C_1 は老年期のそれを表わすと考えることにし，y_0 を若年期の所得(ないしは消費財賦与量）としよう。同様に老年期の所得を y_1 とする。

消費者は価格受容者（price taker）であり，ある一定利子率 r を支払う事によって所望するだけ借入れを行うことができるとする。従って，貸付けに対しては同じ r を受取ることになる。これは「完全な資本市場」の想定に他ならない。

彼の予算制約式は若年期において

(2) $C_0+S=y_0$

である。ここで S は貯蓄である（正又は負)。

老年期の予算制約式は

(3) $C_1=(1+r)S+y_1$

である。そこで(2)(3)をまとめてライフサイクルにわたる予算制約式を次のように得る。

(4) $C_0+\dfrac{C_1}{1+r}=y_0+\dfrac{y_1}{1+r}$

これの意味するところは明白である。すなわち，消費の現在価値と所得の現在価値の均等に他ならない。

ラグランジェ関数を次のように与える。

$$L=U(C_0,\ C_1)+\lambda\left[y_0+\frac{y_1}{1+r}-C_0-\frac{C_1}{1+r}\right]$$

一階の条件として[1]

(5)　$U_0-\lambda=0$

(6)　$U_1-\lambda\dfrac{1}{1+r}=0$

を得るから，(5)(6)をまとめて

(7)　$\dfrac{U_0}{U_1}=1+r$

が導出される[2]。この主体の最適化条件は，限界代替率と粗利子率との均等である。図3のａ点は(4)(7)を満足している。

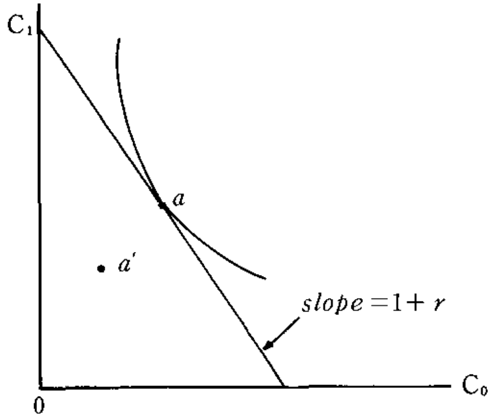

図3

ここで若年期の所得に一括税が賦課され，可処分所得が y_0-T_0 に減少するとしよう。この時には生涯予算制約式は原点に向かって平行シフトするから，例えば a' 点へと主体的均衡点は移ることになる。

老年期にも一括税が公課されるとしても結論は大差ない。いずれにせよ(4)式右辺の所得項だけが変化する限り，図中の slope＝$1+r$ は成立し続ける。一括税が異時点間の交換比率体系を歪めない事がこのように確かめられる。

利子課税の場合，生涯の予算制約式(4)は典型的には次のように変わるであろう。

(8)　$C_0+\dfrac{C_1}{1+r(1-\tau)}=y_0+\dfrac{y_1}{1+r(1-\tau)}$

従って，消費財の価格比率が変わるのと同様の効果が働き，第3図における slope は小さくなる。すなわち，現在財が相対的に安価となり，将来財が相対的に割高となる。distortion 発生の典型がここに見られる。

さて，distortion が発生せず，所得効果が負に働く一括税のケースでは貯蓄は増大あるいは減少のいずれであろうか。同様に distortion の生ずる利子所得税のケースではどうか[3]。私見によれば，この種の問題は負担(burden) 問題に比較して重要性は低い。何故ならば，消費者の最終目的は消費でありこそすれ，決して貯蓄ではないからである。従って，tax メニューが消費あるいは効用水準に与える経済効果の何たるかを論ずるアプローチが生産を捨象した以下のモデルにはふさわしいと考える[4]。

2－2 リカード等価定理

生涯の予算制約式(4)において交代的な tax メニューの効果を見よう。第一のメニューは若年期における一括税 T_0 の賦課であり，第二のメニューは老年期における一括税 T_1 の賦課である。ただし次の関係が成立している[5]ものとし，Gは当該世代の若年期における政府支出を表わす。

(9) 【メニュー1】 $T_0=G,\ T_1=0$

(10) 【メニュー2】 $T_0=0,\ T_1=G(1+r)$

二つのメニューは同値 (equivalent) であることは次のようにして理解される。すなわち，各々のメニューに対応した生涯の予算制約式は

(11) 【メニュー1】 $C_0+\dfrac{C_1}{1+r}=y_0-G+\dfrac{y_1}{1+r}$

(12) 【メニュー2】 $C_0+\dfrac{C_1}{1+r}=y_0+\dfrac{y_1-G(1+r)}{1+r}$

となる。

明らかに二つのメニューは同値である。このようなメニューは公債が租税と同値であることを示唆している。すなわち，一定の財政支出Gを賄うために若年期に T_0 を公課するのが〔メニュー1〕であり，公債を$B(=G)$発行し，その元利合計を償還期でもある将来の老年期に租税$T_1(=B(1+r))$ を公課することによって財源を賄うのが〔メニュー2〕である。このいずれのメニューも予算制約式(4)の現在価値で表わした所得項を不変とすることより，上に述べた内容の公債と租税の同値性あるい

は等価性が導出される。これが周知の「リカード等価定理」である。約言すれば，一定額の財政支出を賄う手段として，租税と公債は（上に述べた状況下では，消費者の負担という意味において）同じものである。

2－3　多期間モデルへの拡張

財政支出が増加し，それが個人の可処分所得に何の影響も与えることがないような使途への支出が為される，という暗黙の仮定が以上の分析には必要である。[(6)] この仮定を以下でも採用しつつ，2期間を越える多数の期間へとモデルの拡張を行う事により，「リカード等価定理」の成立を再び検討する事が本節の目的である。

個人A，Bの異なるグループを想定しよう。個人はいずれかのグループに分類され，Aタイプの者はt時点において（その時の財で測った）一括税 T_t^B を支払うものとし，Bタイプの者は一括税 T_t^B を支払うものとする。

t時点において政府は1人当り（per capita）借入れとして B_t だけ決意する。B_t は1期ごとに償還される one-period bonds と考える。政府の発行した公債は貸付け市場においては，民間主体の発行する債券と同一の条件で取引きされるものとし，その利回りは共通の $r(t)$ で表わされる。

1人当り政府支出 g_t は毎時点で行われる。かくして，モデルは変数の流列 $\{g_t\}$，$\{1+r(t)\}$，$\{T_t^h\}$，$\{y_t^h\}$ 等々に関して記述されることになる（ただし，$h=A$，B）。

はじめに，政府の予算制約式を次のように考える。[(7)]

(13)　$N^A T_t^A + N^B T_t^B + (N^A+N^B)B_t$

$$=(N^A+N^B)g_t+(N^1+N^2)B_{t-1}[1+r(t-1)]$$

ここで左辺は税収と借入れの合計を，右辺は財購入支出と前期の公債の（利子を含む）償還額の合計である。Aタイプの個人は N^A 人，Bタイプのそれは N^B 人としているが，以下ではすべてのtに対し，タイプA，Bの個人が等しい額の一括税を賦課されるものと特定化する。すなわち

$$T_t^A = T_t^B = T_t$$

この特定化の仮定を(13)に代入し，さらに N^A+N^B で割ると，

(14)　$T_t + B_t = g_t + B_{t-1}[1+r(t-1)]$

ただし

$B_{-1}=0 \qquad 0 \leqq t \leqq \mathrm{T}$

この式は前節の2期間モデルにおける条件式 $T_1=G(1+r)$ に対応している。$B_{-1}=0$ の制約のもとで定差方程式(14)を解くことにより，現在価値表示の政府予算制約式を次のように求めることができる。[(8)]

(15) $g_0+\sum_{t=1}^{T} g_t[\prod_{s=1}^{t}\{1+r(s-1)\}]^{-1}$

$=T_0+\sum_{t=1}^{T} T_t[\prod_{s=1}^{t}\{1+r(s-1)\}]^{-1}$

各タイプの消費者は次の予算制約式に直面している。[(9)]

(16) $C_t^h+m_t^h=y_t^h-T_t+m_{t-1}^h[1+r(t-1)]$,

$m_{-1}=0$, $(h=A,\ B)$

上式を現在価値表示に直すと次式を得る。

(17) $C_0^h+\sum_{t=1}^{T} C_t^h[\prod_{s=1}^{t}\{1+r(s-1)\}]^{-1}$

$=y_0^h-T_0+\sum_{t=1}^{T}(y_t^h-T_t)[\prod_{s=1}^{t}\{1+r(s-1)\}]^{-1} \qquad (h=A,\ B)$

2つの現在価値表示制約式(15), (17)から代入法により次式を得る。[(10)]

(18) $C_0^h+\sum_{t=1}^{T} C_t^h[\prod_{s=1}^{t}\{1+r(s-1)\}]^{-1}$

$=y_0+\sum_{t=1}^{T} y_t[\prod_{s=1}^{t}\{1+r(s-1)\}]^{-1}$

$-g_0-\sum_{t=1}^{T} g_t[\prod_{s=1}^{t}\{1+r(s-1)\}]^{-1}$

ここで消費者の最適化行動に言及しよう。彼等の最大化問題は(18)式の制約のもとで，目的関数

(19) $\sum_{t=0}^{T}\beta^t u(C_t^h)$

を最大化することであるが，上式は(1)に対応している。[(11)] この問題を解くために次のようなグランジェ関数を形成しよう。ただし，$\tilde{y}_t^h=y_t^h-g_t$ を定義し，これを用いることとする。また，$C_t^h>0$ とする。

(20) $J=\sum_{t=0}^{T}\beta^t u(C_t^h)$

$$+\mu^h\left[\tilde{y}_0^h+\sum_{t=1}^{T}\frac{\tilde{y}_t^h}{\prod_{s=1}^{t}\{1+r(s-1)\}}-C_0^h-\sum_{t=1}^{T}\frac{C_t^h}{\prod_{s=1}^{t}\{1+r(s-1)\}}\right]$$

一階の条件は次のとおりである。

(21) $u'(C_0^h)-\mu^h=0$

$$\beta^t u'(C_t^h)-\mu^h\frac{1}{\{1+r(0)\}\cdots\cdots\{(1+r(t-1)\}}=0$$

$$(\mathrm{t}=1,\ 2,\ \cdots,\ T)$$

こうした主体的均衡条件に加えて，財市場における均衡条件は次のとおりである。[12]

(22) $N^A C_t^A+N^B C_t^B+(N^A+N^B)g_t=(N^A y_t^A+N^B y_t^B)$ (t=0, ……, T)

以上のモデルにおいて外生変数は $\{y_t^A,\ y_t^B\}$ の流列と $\{g_t\}$ の流列であり，内生変数は {1+r(t)} の流列（ただし，t=0, …, T−1）をはじめとし，$\{C_t^A,\ C_t^B\}$ および $\{T_t\}$ がそれである。

モデルの競争均衡解は主体の最大化問題(20)の解であり，政府の予算制約条件(15)及び市場均衡条件(22)を満足する上の諸変数の流列のある一組に他ならない。

リカード等価定理

t=0, …, T に対して１人当り政府支出の流列$\{g_t\}$を与える時，制約式(15)に従って政府が選び出す１人当り租税のある特定の流列$\{T_t\}$（ただし，t=0, …, T）に対しては，均衡利子率の流列 {1+r(t)}（ただし，t=0, …, T−1）及び均衡消費計画のいずれもこれに依存しないで決まる。すなわち，均衡利子率と均衡消費配分は，１人当り政府支出の経路に依存するのであって，決して**政府支出の調達方法のいかんには依存しないのである。**

【付論】
周期的に振動する所得のもとでの消費・貸付け行動の多期間分析

多期間モデル

各個人は①選好 u，②寿命 T，③割引率 β，④生年月日は同一であると

する。しかし唯一の異質性は将来にわたる財の賦与量 (endowment) の流れ (sequence) が各人で異なる点である。それを次のように想定しよう。

個人をタイプAとBのグループに大別する。Aのグループの賦与量は偶数時点で1，奇数時点で0である。他方，Bのグループのそれは偶数時点で0，奇数時点で1となると考える。すなわち，$y_t^A (h=\mathrm{A},\ \mathrm{B})(t=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ T)$ を各人の賦与量とすれば，

$$(1)\quad y_t^A=\begin{cases}1 & t\text{ 偶然}\\ 0 & t\text{ 奇数}\end{cases}\quad 0\leq t\leq T$$

ただし，Aグループは N^A 人から成り，Bグループは N^B 人から成るが，N^A，N^Bはすべての時点 t で一定とする。

最適配分

さて，政策立案者の立場から，財の配分がどのように行われる時に，社会的最適性を満足することができるか，これを考えることからスタートしよう。

社会的厚生関数の値を最大化することが，ここでいう最適配分の内容であるとし，次のような定式化をしよう。

$$(2)\quad \max \phi_A\sum_{t=0}^{T}\beta^t u(C_t^A)+\phi_B\sum_{t=0}^{T}\beta^t u(C_t^B)$$

$$s.t$$

$$(3)\quad \begin{aligned}&N^A C_t^A+N^B C_t^B\leq N^A\times 1,\quad t\text{ 偶数}\\ &N^A C_t^A+N^B C_t^B\leq N^B\times 1,\quad t\text{ 奇数}\end{aligned}$$

なお，ϕ_A，ϕ_Bは各タイプの個人の効用指標に対して付与されるべきウェイトであり，

$$0<\phi_A<1,\quad \phi_B=1-\phi_A$$

が政策立案者の評価するところとなっているとしよう。制約条件は $0\leq t\leq T$ における各時点で成立する feasible condition であるが，パラメーター $g(=N^B/N^A)$ を用いると，次のように改められる。

$$(3)'\quad \begin{aligned}&C_t^A+gC_t^B\leq 1,\quad t\text{ 偶数}\\ &C_t^A+gC_t^B\leq g,\quad t\text{ 奇数}\end{aligned}$$

上記の問題の解は，$t=0,\ 1,\ \cdots 1,\ \mathrm{T}-1$ において異時点間限界代替率

(MRS^A, MRS^B) が均等になることである。これは2財 (C_t, C_{t+1}) の交換に関する契約曲線上の一点で財の配分が行われるという，周知の条件である。すなわち，

(4) $$\frac{\beta u'(C^A_{t+1})}{u'(C^A_t)}=\frac{\beta u'(C^B_{t+1})}{u'(C^B_t)},\ 0\leq t\leq T-1$$

あるいは(3)'式を用いると，tが偶数の場合[(1)],

(4)' $$\frac{\beta u'(C^A_{t+1})}{u'(C^A_t)}=\frac{\beta u'[(g-C^A_{t+1})/g]}{u'[(1-C^A_t)/g]},$$

以下では単純化のため $g=1\,(N^A=N^B)$ を仮定する。この時，上の最適性の条件は

(4)* $$\frac{u'(C^A_{t+1})}{u'(C^A_t)}=\frac{u'(1-C^A_{t+1})}{u'(1-C^A_t)}$$

となる。明らかに，しかなる一定値 C^A もこの条件をすべてのtに対して満たす。よって，

(5)* $$C^A_t=C^A$$
$$C^B_t=C^B=1-C^A$$

というような定常解を見つけ出すことが政策立案者の仕事である[(2)]。要するに，周期的に振動する賦与量にもかかわらず，消費を将来にわたって滑らかにすることが社会的見地からして最適であり，安定化政策が所望される所以でもある。

かくして，規範的見地からすれば，個々人の異時点間の消費水準は滑らか（定常的）であることが望ましいことが示された。この分析を受けて，この節では市場経済への参加者としての個々人が，金融資産を媒介としつつ，周期的に振動する所得（賦与量）を生涯にわたって最適に振り分ける場合，市場均衡の成立と斉合的な消費・貸付け行動をどのように行うかを考察する。これは実証的見地に属するものである。

市場均衡

各個人に関する唯一の異質性は将来にわたる財の賦与量（endowment）の流列の相違であるとして来た。この場合，個々人の間に市場が開かれているならば，彼等は自己の消費水準を滑らかにすべく，取引ないしは trade を行うことなろう。しかも，こうした経済行動はある種の合

理性に基づいて，長期的視野からなされると考えられる。各時点で成立する市場均衡はそうした合理的主体による異時点間の消費配分計画に裏付けられた諸量の集計量に成立する需給バランス状態に他ならない。この市場均衡は所与の外生変数によって移行する。その結果，価格ベクトルや純資産の変化が生じ，経済全体の計画諸量を変化させる事となる。しかし，合理的主体である限り，外生変数の変化は完全に予見されるはずであるから，初期時点における計画にその後の状況変化はすべて織り込まれている事も大いにありうる。いわゆる「中立性」命題やそれに類した定理がそこに成立する。

市場均衡とは果たして何か。それは完全予見の想定のもとで錯乱されないとされるのは何故か。以下では「異質性」ゆえの trade の発生に伴う幾つかの命題を考察したい。

経済主体の問題を次のように考える。

(6) $\max \quad \sum_{t=0}^{T} \beta^t u(C_t^h) \qquad h=A,\ B$

$s.t.$

(7) $C_t^h + l_t^h \leq y_t^h + l_{t-1}^h[1+r(t-1)],$

$C_0^h + l_0^h \leq y_0^h \quad , \quad l_{-1}^h = 0$

ここで $l_t^h>0$ は主体 h が t 時点で行う貸付けを表わし，その時点での消費財で測られている。$r(t)$ は貸付け 1 単位に対し受取る利子率である。t 時点での貸付けに対しては $t+1$ 時点で，t + 1 時点での消費財で測って，元利合計〔$1+r(t)$〕l_t^h を受け取る契約をする。なお，主体は価格受容者として所与の $\{r(t),\ t=0,\ 1,\ \cdots\cdots,\ T-1\}$ に直面している。

貸付市場の均衡条件を先に示しておく。

(8) $l_t^A + g l_t^B = 0,\ 0 \leq t \leq T$

ただし，$l_T^A = l_T^B = 0$ の成立を必須とした上で，貸付け市場の均衡条件が考えられていることに留意すべきである。この点は Sargent〔1987〕によって指摘されている。

前節のように $N^A = N^B$，従って $g=1$ と想定するならば，貸付け市場の均衡条件は

(8)* $l_t^A + l_t^B = 0,\ 0 \leq t \leq T$

となる。これに対応して，財市場の均衡条件は $0 \leq t \leq T$ に対して

(9) $C_t^A+gc_t^B=1$ 　　t 偶数

$C_t^A+gC_t^B=g$ 　　t 奇数

あるいは $g=1$ の時

(9)* $C_t^A+C_t^B=1$, $0\leq t\leq T$

である。

さて，主体的均衡の条件は完全予見のもとで次のように求まる。

(10) $$\frac{u'(C_{t+1}^A)}{u'(C_t^A)}=\frac{u'(C_{t+1}^B)}{u'(C_t^B)}=\frac{1}{\beta(1+r(t))}$$

この主体に関する条件に先の市場条件を代入して消費計画量を求める。効用関数を次のように特定化することにより，また変数を新たに定義することにより，$\{C_t^h,\ 0\leq t\leq T\}$ を求めることができる。Sargent〔1987〕の特定化は

(11) $u(C)=l_nC$

である。この時の解は

(12) $$C_e^A=\frac{1}{1+\beta},\quad C_0^B=\frac{\beta}{1+\beta}$$

$$C_o^A=g\frac{1}{1+\beta},\quad C_e^B=\frac{1}{g}\frac{\beta}{1+\beta}$$

である。ここでは，

t 偶数（even）の時

$C_t^A=C_e^A,\quad C_t^B=C_e^B$

t 奇数（odd）の時

$C_t^A=C_0^A,\quad C_t^B=C_0^B$

と書かれていることに留意されたい。

数学付録 1

効用関数が加法的ならば $U(C_0,\ C_1)=U(C_0)+\beta U(C_1)$ の形を持つことができる。ここで β は主観的割引因子であり，$0<\beta<1$ と想定される。β は各人に共通とする。同様に効用関数も各人共通とする。

多数期間に渡る消費の流列 $\{C_0,\ C_1,\ \cdots,\ C_T\}$ から得られる個人の効用の総計は，今期の消費からの効用 $U(C_0)$ と来期以後の消費 $\{C_1,\ C_2,\ \cdots,\ C_T\}$ からの効用 $U\{C_1,\ C_2,\ \cdots,\ C_T\}$ を割り引いた値の和に

等しいとする。すなわち

$$U(C_0,\ C_1,\ \cdots,\ C_T)=u(C_0)+\beta U(C_1,\ \cdots,\ C_T) \qquad 0<\beta<1$$

である。この手順に従えば

$$U(C_1,\ \cdots,\ C_T)=u(C_1)+\beta U(C_2,\ \cdots,\ C_T)$$

となり，一般的に

$$U(C_0,\ C_1,\ \cdots,\ C_T)=u(C_0)+\beta u(C_1)+\beta^2 u(C_2) + \cdots \beta^T u(C_T) = \sum_{t=0}^{T}\beta^t u(C_t)$$

となる。

数学付録 2

1．$g=1$として，本文の最適化問題を解く。

$$\begin{aligned} L=&\phi_A[\beta^t u(C_t^A)+\beta^{t+1}u(C_{t+1}^A)] \\ &+\phi_B[\beta^t u(C_t^B)+\beta^{t+1}u(C_{t+1}^B)] \\ &+\lambda_t[1-C_t^A-C_t^B] \\ &+\lambda_{t+1}[1-C_{t+1}^A-C_{t+1}^B] \end{aligned}$$

一階の条件（内点解として）

$$\begin{aligned} &C_t^A &&: \phi_A\beta^t u'(C_t^A)-\lambda_t=0 \\ &C_{t+1}^A &&: \phi_A\beta^{t+1}u'(C_{t+1}^A)-\lambda_{t+1}=0 \\ &C_t^B &&: \phi_B\beta^t u'(C_t^B)-\lambda_t=0 \\ &C_{t+1}^B &&: \phi_B\beta^{t+1}u'(C_{t+1}^B)-\lambda_{t+1}=0 \\ &\lambda_t &&: C_t^B=1-C_t^A \\ &\lambda_{t+1} &&: C_{t+1}^B=1-C_{t+1}^A \end{aligned}$$

これらを整理すると，(4)*を得る。

$$(4)^* \quad \frac{u'(C_{t+1}^A)}{u'(C_t^A)}=\frac{u'(1-C_{t+1}^A)}{u'(1-C_t^A)}$$

2．(4)*を満たす解は $C_t^A=C_{t+1}^A=C^A$，$C_t^B=C_{t+1}^B=C^B$ である。ただし，C^A は $0\leq C^A\leq 1$ であればいかなる値でも可であることは容易にわかる。

$C_{t+1}^A=x$，$C_t^A=y$ とおく。(4)*より，

$$\frac{u'(x)}{u'(y)}=\frac{u'(1-x)}{u'(1-y)}$$

これより

$$u'(x)u'(1-y)=u'(y)u'(1-x)$$

明らかに解は

$$x = y$$

である。例えば ($x=1/2$, $y=1/2$), ($x=1/3$, $y=1/3$) 等々，$0 \leq y \leq 1$ でありさえすれば，$x=y$ は解である。言い換えれば，$C_t^A = C_{t+1}^A (=C_A$, $0 \leq C_A \leq 1)$である。従って，$C_t^B = 1-C^A$, $C_{t+1}^B = 1-C^A$ より，$C_t^B = C_{t+1}^B$ $(=C^B$, $0 \leq C^B \leq 1)$ となる。

3．C^Aはある大きさに決められる。その値はϕ^A に依存することを確かめる。2を前提とし，$C^B=1-C^A$ を考慮しよう。次の関数

$$L^* = \phi_A[\beta^t u(C^A) + \beta^{t+1} u(C^A)] + \phi_B[\beta^t u(1-C^A) + \beta^{t+1} u(1-C^A)]$$

を最大化するための C^A を求める問題は，本文中(2)式に見る社会的厚生関数の最大化と同値である。すでに $\phi_B = 1-\phi^A$ とした。これを代入しつつ

$$\phi_A \beta^t u'(C^A)[1+\beta] - \phi_B \beta^t u'(1-C^A)[1+\beta] = 0$$

という一階の条件を書き直すと，

$$\frac{u'(C^A)}{u'(1-C^A)} = \frac{1-\phi_A}{\phi_A}$$

を得る。明らかに C^A は ϕ^A に依存して決まることがわかる。

後書き

筆者は1988年度の1年間をシドニーはニュー・サウス・ウェールズ大学（U. N. S. W.）ですごした。その年は建国200年にあたり，学界レベルでの国際的イベントが頻繁に開催された。かかる好機に得た学界情報と文献の山を現在整理中である。本稿はそのごく一部を中間報告として提出したものである。

副題には現代経済動態論(1)とあり，今後の研究との連続性を特に強調している。本稿はカオス的変動と公債負担という2部構成をとっているが，これらを統一的に展開する試みは今後の課題として残した。

末尾ながら，貴重な海外研修の機会を与えて下さった大学の同僚諸氏

とU．N．S．W．のJ．ネビル学部長（当時）そして招聘にむけて労をとって下さった石垣博美教授に感謝したい。

1989年11月

参考文献

Barro,R.〔1974〕"Are Bonds Net Wealth ?" *J.P.E.*82,1095-118.

Benhabib,J.and Day,R.H.〔1982〕"A Characterization of Erratic Dynamics in the Overlapping Generations Model," *J.Economic Dynamics and Control* 4,37-55.

Diamond,P.〔1965〕"National Debt in a Neoclassical Growth Model," *A.E.R.*55,1126-50.

Fisher,I.〔1930〕*The Theory of Interest* — as determined by impatience to spend income and apportunity to invest it —,
Reprint〔1965〕Augustus M.Kelley,Bookseller.

Gale,D.〔1973〕"Pure Exchange Equilibrium of Dynamic Economic Models," *J.E.T.6,12-36.*

Gardiner,C.W.〔1983〕*Handbook of Stochastic Methods*, Springer-Verlag.

Grandmont,J.M.〔1985〕"On Endogeneous Competitive Business Cysles," *Econometrica* 50, 1345-70.

Li,T.Y.and Yorke,J.A.〔1975〕"Period Three Implies Chaose," *American Mathematical Monthly* 82,985-92.

May, R.M.〔1976〕"Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics," *Nature*, 261, 459-67.

Ramsey,F.A.〔1928〕"A Mathematical Theory of Saving," *Economic Journal,* 38,543-59.

Samuelson,P.A.〔1958〕"An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money," *J.P.E.*66,467-82.

Sargent,T.J.〔1987〕*Dynamic Macroeconomic Theory,* Harvard University Press.

和田貞夫〔1989〕「動態的経済分析の方法」中央経済社

Abstract

In this paper we study two separated issues.

Firstly,we give an example which degenerates a chaotic fluctuations model. Secondly, we give an example which contains the essence of the Ricardian Equivalence Theorem in the similar dynamic framework. A chaotic fluctuation refers to feasible trajectories whicy are bounded but which does not coonverge to stationary points or orbit. Some nonlinear difference equations can generate such dynamics. Chaotic dynamics are able to be regarded more as a curious theoretical possibility than as a practical concern for empirical research. Most of the theoretical chaose models are aggregative in nature. Following to Benhabib and Day 〔1982〕, we apply the Li-Yorke theorem to an overlapping generations model which has a typical macro nature.

It would make no difference whether public expenditures were financed by current taxes or borrowing (which would create a public debt that would be serviced by future taxes). This proposition, considered but dismissed by Ricard , was labeled "the Ricardian Equivalence Theorem" after being refurbished by Barro 〔1974〕.

The overlapping generations model appears to be a particularly tractable context in which to consider issues of chaose as well as of burden of the public debt. That is why we use such a simple dynamic model.

A Chaotic Fluctuation and a Burden of the Public Debt ; Modern Economic Dynamics (1)

Tohru SAKAI

〔注〕

序論

(1) 気賀勘重・気賀健三訳「利子論」(日本経済評論社, 1980) において“翹望(ぎょうぼう)”と訳出されている。

1．

（1）　ベンハビブとデイはカオス的世代交代モデルにおいて乱調的(erratic) 軌道がパレート効率的であることを示している。内生的カオスを伴う多くのモデルについてもこれがあてはまることが証明されている。Benhabib & Day〔1982〕参照。

（2）　グラモンは実質利子率の動きを仲介として生ずる富効果と異時的代替効果の相互作用に依拠して生ずるカオスをとりあげている。Grandmont〔1985〕参照。

（3）　$f^i(x)$ は反復写像 (interated map) である。また $f^i(x)$ は $f(f^{i-1}(x))$ を意味している。ここで $f^0(x)=x$ である。f は実数空間Rにおける空間Jにおける，J→Jへの連続写像である。

（4）　この時，それぞれの i＝1，2，3…に対して，$x_t \in J$（t のすべてについて）であるような i－周期を持つ解が存在する。

2．

（1）　内点解を考えている。従って $C_0>0$，$C_1>0$ に対応して(5)(6)が得られる。

　なお，u_0 は C_0 に関する U の偏微係数（限界効用）を表わす（以下同様)。

（2）　静学理論における予算制約式

$$P_0C_0+P_1C_1=M$$

において $P_0=1$, $P_1=1/(1+r)$ が対応している。従って slop$=P_0/P_1=1+r$ が対応している。

（3）　一括税のケースでは貯蓄は減少する。利子課税のケースでは確定的なことは言えないが，粗代替性の仮定のもとでは現在財は買い進まれ，貯蓄が減少するであろう。

（4）　貯蓄ないし資本形成に対する tax メニューの効果は，資本蓄積の明示を伴う生産モデルで扱われる。例えば P.Diamond〔1965〕参照。

（5）　〔メニュー1〕は政府支出が若年層の所得に対する一括税で調達されることを示し，〔メニュー2〕では政府支出が公債で調達され，やがて次期に償還される。公債発行額はBはGに等しく，従って老年層に課される一括税はG(1＋r）となる。

（6）　Sargent〔1987〕p.208を見よ。この仮定は単純化のためのものである。「リカード等価定理」を導くにあたって，この仮定をゆるめることもできる。

（7）　Sargent〔1987〕p.208との対比で言えば，B_t は $-l_t^g$ に対応してい

る。

(8) $B_T=0$ という境界条件が満たされなければならない。

(9) $m^A_T=0$ という境界条件が満たされなければならない。

(10) (15)式を(17)式の右辺に代入

(11) 数学付録1参照

(12) 同じことを貸付け市場の均衡条件として見ることもできる。それは次式で表わされる。

$N^A m^A_t + N^B m^B_t = (N^A + N^B)B$, t=0,…$T$

付　　録

(1) t偶数の時 $C^B_t=(1-C^A_t)/g$, $C^B_{t+1}=(g-C^A_{t+1})$ が最適性のもとで成立しなければならない。

(2) 数学付録2を見よ。定常解 C^A, C^B はウェイト ϕ^A に依存して，その大きさが決まってくる。$g\neq 1$ なる一般的ケースでは消費の最適経路は g, 関数Uの形，および ϕ^A に依存して決まるが，β には依存しない。