

ジャンプにおけるアプローチ滑降の シミュレーション

—R1 通過に伴う遠心力を含む外力の影響—

佐々木 敏/角田 和彦

はじめに

ジャンプ競技においてサッツと呼ばれる踏切動作は、ジャンプパフォーマンスを決定するための重要な動作である⁶⁾。しかし、踏切までの間にジャンパーは、ジャンプ台の構造により身体姿勢に物理的な影響を受ける。物理的な影響を及ぼす力学的な力は、空気抵抗力、摩擦抵抗力、重力、遠心力などである¹⁾。特にR1と呼ばれるカーブではその構造上の特性から、遠心力が重心を後方へ引き戻そうとする力として身体に影響を与えると予測される。そこで、われわれはジャンパーの滑走姿勢に対する外乱因子としての外力について力学的な検討を加えることが、ジャンプスキルの形成に大きく貢献するものと考えた。また力学的なシミュレーションではジャンパーが飛び出してからのいわゆる空中局面を扱ったものが多く^{1, 4, 5, 9)}、滑走局面に力学的な検討を加えたものは非常に少ない³⁾。したがって滑走局面での力学量の変化を予測し、身体への影響を検討する必要がある。そこで、Iguro ら²⁾の報告を基に札幌の大倉山ジャンプ台をモデルとしてシミュレーションを行い、身体姿勢に与える力の影響を数式モデルにより数値的に推定し、この結果を今後のジャンプ技術の分析に実用応用することを本研究の目的とした。

研究方法

研究に使用した機器は、NEC社製パーソナルコンピュータPC-9801を使用した。言語はボーランド社製ターボパスカルを使用した。ジャンプ台

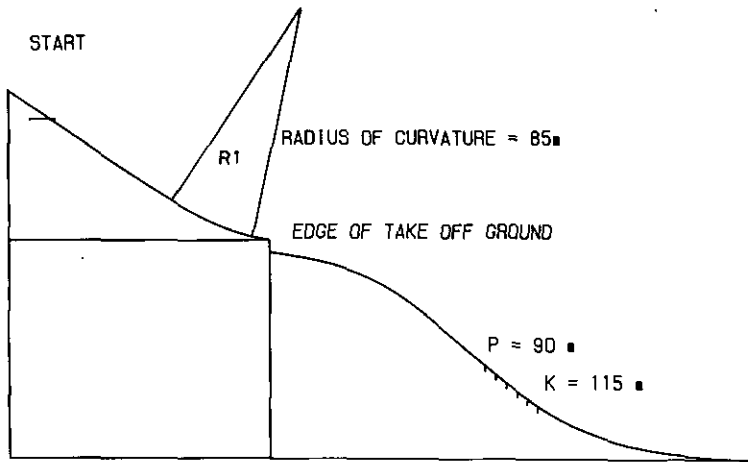


Fig. 1 The profile of the Okurayama large hill.

の構造については、札幌オリンピック時の設計図を基に、必要なパラメータを入力しコンピュータ上で再現した²⁾。これを図1に示した。用いたパラメータは、最大直線滑走距離と斜度、R1と呼ばれる曲走路の半径、テイクオフグラウンドの長さ、また、ランディングバーンについては、ブレーキングトラックからのP点、K点、カンテまでの位置によりこれを算出した。図1はこれによるジャンプ台のプロフィールである。この図により示された台上を身体が滑走しジャンプするようにプログラムを設計作成した。身体の移動に関しては、Denoth¹⁾ら、Remizov⁴⁾、Luethi³⁾、谷ら⁷⁾の運動方程式を参考に数式モデルを作成し、これをルンゲクッタ法で解き、身体にかかる力学量の変化を推定する方法をとった。

運動方程式の検討

先行研究^{1, 3, 4, 5, 6, 7)}における運動方程式で定義されているパラメータを以下に示す；

$$Fd: 1/2 \rho \cdot v^2 \cdot Cd \cdot A$$

$$Fl: 1/2 \rho \cdot v^2 \cdot Cl \cdot A$$

ジャンプにおけるアプローチ滑降のシミュレーション

- θ : 水平軸に対する速度の持つ角度
 ρ : 空気密度
 Cd : 空気抵抗係数
 Cl : 揚力係数
 A : 身体の空気抵抗面積 (前方投影面積)
 μ : 雪面の摩擦抵抗係数
 r : 曲率中心から身体重心までの距離

ここで、運動方程式は直走路の運動局面では重力加速度、空気抵抗力、揚力、摩擦抵抗力の影響だけを考えれば良い。しかし、曲走路での運動局面では、曲率による遠心力の影響が現れる。この力は、運動の方向に対して垂直な方向にある。したがって、Luethi³⁾の運動方程式に従えば、遠心力を運動の方向に直接関係する摩擦抵抗力の項に垂直抗力の増加分として扱う必要がある。

2つの運動局面での運動方程式を示すと；

1) 運動の第1局面 (直走路上の滑走) では、

$$ma_1 = mg \cdot \sin \theta - Fd - \mu (mg \cdot \cos \theta - Fl) \quad - (1)$$

となる。

2) 運動の第2局面 R 1 (曲走路上の滑走) では、

$$ma_2 = mg \cdot \sin \theta - Fd - \mu (mg \cdot \cos \theta - Fl + mv^2/r) \quad - (2)$$

となる。

これらの運動方程式をルンゲ・クッタ法により解いた。

結果および論議

図1より、スタート地点からR1までの距離は最大で71.873mである。しかし、最近の国際大会の傾向としてスピードの低速化傾向がある。このことを考慮して、シミュレーションで用いたスタート地点は17.5m下がった54.373mを採用した。

運動の第1局面では斜度 (θ) は一定である。また、姿勢が変化しない

ものとする、(1)式の ma_x の大きさは Fd (空気抵抗力) と Fl (揚力) の変化に依存する。また、空気密度 ($\rho = 1.22\text{kg/m}^3$) と摩擦抵抗係数 ($\mu = 0.05$) は Luethi ら³⁾の使用している係数を用いたが、摩擦力そのものは Fl の値により変化する。

運動の第2局面では斜度 (θ) が変化し、加えて遠心力による雪面抗力の増加が起こる。これが摩擦抵抗力の増加をもたらすことは(2)式より明らかである。これらの身体の運動方向に対する抵抗力の変化を図2に示した。ここに示された3本の力曲線は、実線が2つの抵抗要素を全て含んだ場合、破線は空気抵抗力、点線は摩擦抵抗力についてそれぞれの変化を現わしている。スタートから4.6sec. までが運動の第一局面であり、6.05sec. までが第2局面である。また、6.05sec. からは第1局面と同じである。これによれば、運動の第1局面では摩擦抵抗力は一定である。しかし、R1での第2局面では大きな量の変化が運動の方向に対して垂直に働く。このことは、それまでの垂直抗力に対して遠心力分の力が増加したからに他ならない。

これらの力は、第1局面では、

足底にかかる垂直抗力を F_s とすると、これは

$$F_s = mg \cdot \cos \theta - Fl$$
 と表される量であるが、

第2局面では

これに遠心力 $fc = 1/R \cdot mv^2$ が加わり

$$F_s = mg \cdot \cos \theta - Fl + 1/R \cdot mv^2$$
 となる。

したがって足底に働く力は大きくなる。摩擦抵抗力はこれらの力に比例して増加する量として与えられるので、R1において急激に大きな値をとる。しかし、空気抵抗力は継時的な変化を示している。このことは空気抵抗力が身体面積と速度の自乗に比例する量であることから理解できる。空気抵抗力はR1での身体の運動方向への加速度の減少に伴い安定する傾向を示している。したがって、R1では空気抵抗力そのものは大きく変化しない。ここで注意しなければならないことは、摩擦抵抗力は足底部に影響し、空気抵抗力は代表されている重心に影響する力であることである。すなわち、外乱因子としてこれら2つの力は、身体部位の異なる位置に作用する。

空気抵抗力と摩擦抵抗力はそれぞれ最大で70N近くあり、身体運動へ相

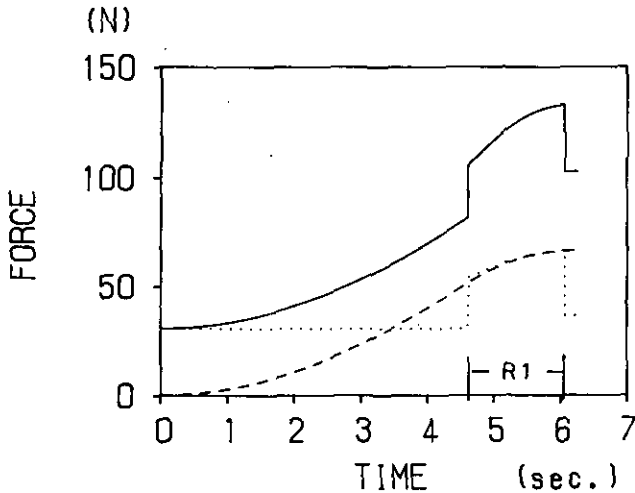


Fig. 2 Changing of the mechanical forces during ski by simulation model. The solid line is summation of the friction and drag force. The dotted line is in the aerodynamic force and the broken line is in the friction force between ski and snow.

当強く影響を与えるものと考えられる。そこで、運動に対する加速度の関係からこれらの力の影響を観察した。この結果を図3に示した。4本の加速度曲線は、実線が身体に働く抵抗要素を全て含んだ場合、点線は摩擦抵抗だけを含んだ場合についての加速度変化を現わしている。これを観察すると抵抗が働く場合とそうでない場合とではカンテに到着する時間は0.3 sec.程の違いとなる。またこのときの加速度の大きさの差は 1.43m/s^2 であった。ここでの差が飛び出し初速度の大きさに影響することは明らかである。また、この図は身体にかかる力が運動に与える影響を示していると考えて差し支えない。そこで、空気抵抗力の影響と摩擦抵抗力の影響を独立した形で観察した。

空気抵抗を含む加速度は、空気抵抗力が速度の自乗に比例する力であることから、直走路上での等加速度性の高いところでは2次曲線に近い変化を示している。しかし、R1ではその変化は直線に近い。これに対して摩

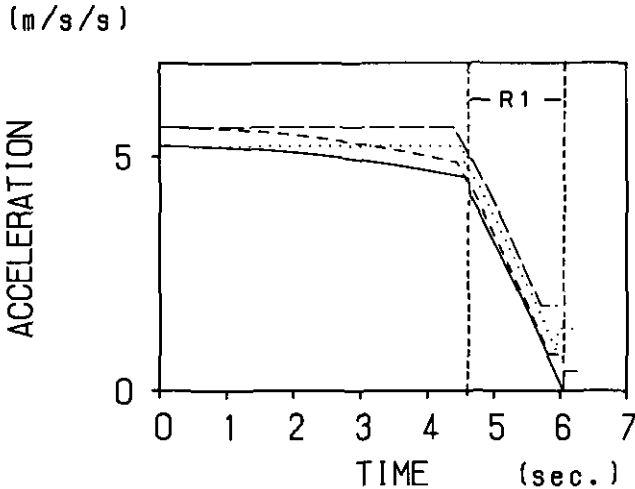


Fig. 3 Changing of acceleration during ski by simulation model.

Note;

- Solid line : The case of including effects of gravity and two external force
- Large broken line: The case is in an effect of gravity
- Small broken line: The case of including effects of gravity and aerodynamic force
- Dotted line : The case of including effects of gravity and friction force

擦抵抗力は直走路上では図2より一定の値をとることは明らかである。しかし、R1に入る時と出る時に非常に特徴的な変化を見せている。ここは、曲率が与えられる位置と曲率から解放される位置であるため、このような急激な変化が現れるものと考えられる。このことは、図3の加速度曲線でR1への進入直後と通過直後に不連続な変化を観察することでも理解される。以上のことからジャンプのアプローチ滑走において空気抵抗力は直走路上における滑走性に影響を与たえ、摩擦抵抗はR1での滑走性に影響を与えるものと判断される。特にR1での最初と最後に影響が大きい。

ルンゲ・クッタ法による最終的な移動経路は設計図に従うため、移動経

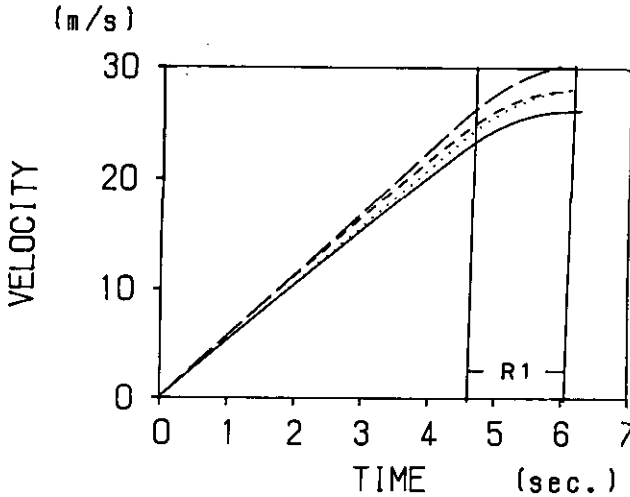


Fig. 4 Changing of velocity during ski by simulation model.

Note;

- Solid line : The case of including effects of gravity and two external force
- Large broken line: The case is in an effect of gravity
- Small broken line: The case of including effects of gravity and aerodynamic force
- Dotted line : The case of including effects of gravity and friction force

路自体は本研究において特別な意味を持たない。したがって、これまでの結果を踏まえ、速度について検討を加えた。速度変化についての計算結果を図4に示した。4本の速度曲線の分類は、加速度曲線の場合と同様である。ここで、抵抗が働く場合とそうでない場合とでは、最終的にカンテでは5 m/s程度の速度の差となった。この差は時速に直すと18km/hである。また、空気抵抗と摩擦抵抗がそれぞれ働いた場合での最終的な速度差はほとんど無く、抵抗のない場合に対する速度差はそれぞれ約2.5 m/s (9 km/h)であった。このような差は実際のジャンプにおいては決定的な差となる。なぜならば、1 km/h から 2 km/h の最終速度の違いを調整することで競技会が成り立っていることを考えると、スキース

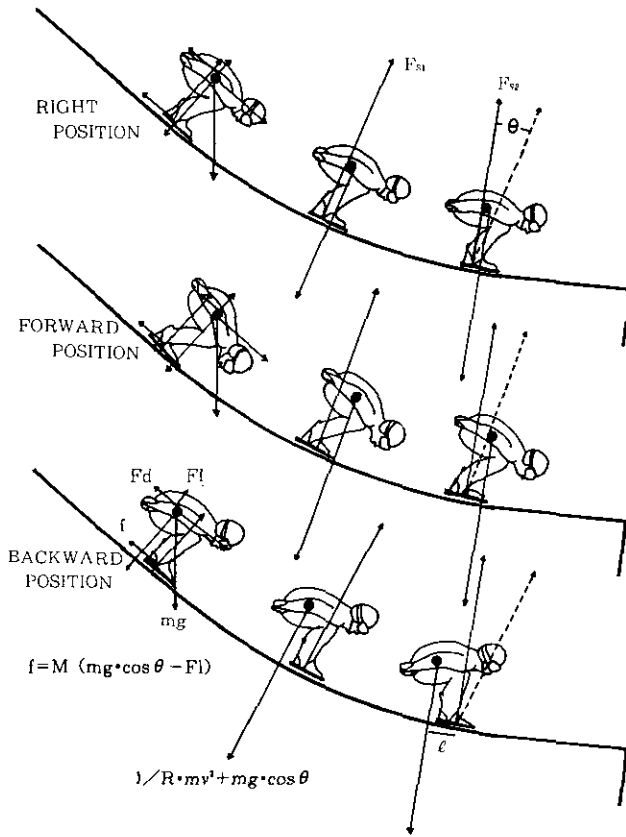


Fig. 5 The models of body posture during ski gliding at the approach. Each model shows different body position. And vectors show relationship of each force that influence to the CM and sole.

Note;

CM : Center of mass

F_l : Lift Force

F_d : Drag Force

f : Friction Force

l : Length from fulcrum to an effect point of centrifugal force

滑走性に大きく関係する摩擦抵抗力と、滑走姿勢に関係する空気抵抗力は滑走スキルを考えるうえで、今後大きな問題として扱って行かねばならないであろう。

ここで、外乱因子としての空気抵抗力と摩擦抵抗力の2つの力は、身体部位の異なる位置に作用する。そこで、R1通過に伴う身体姿勢を運動中変化しないモデルを考え身体に加わる力を具体的に推定することを試みた。これを図5に示した。この図は上から身体重心が垂直抗力に作用する部位の延長線上にある場合（モデルA）、作用線よりも重心が前にある場合（モデルB）、作用線よりも後ろに位置する場合（モデルC）の3種類を示したものである。どのモデルについてもR1通過時には重心にかかる力Fsが発生する。Fsは通過中その方向と大きさが変化する。そのことにより重心の位置によっては回転力（トルク）が発生する。トルクは位置ベクトル l とFsとの外積で表わされる。

$$Tr = l \times Fs \quad \text{である。}$$

モデルAについては力学的に考えて l が0となるためこの回転力は作用しない。ところがモデルB、Cについては重心にかかる力の作用線と雪面反力の作用線が同一線上にない。それぞれの作用点間の距離を腕の長さとしたとき、これを回転させようとする力が働く。したがってモデルBでは時計回りに、モデルCでは反時計回りに回転力が生じるものと考えられる。これらの力を人間の感覚に置き換えて考えるとモデルBでは前にのめり込むような感じがあると考えられ、モデルCでは後ろに引き戻されるような感じを持つものと考えられる。なおこの問題に関しては新たに剛体モデルで考える必要があるため今後の課題としたい。

まとめ

本研究では滑降中に身体に働く外力の影響を推定し、ジャンプスキルの形成のための基礎的な問題点を探ることが目的であった。そのために、ジャンプにおける滑走について質点系のモデルで検討を進めてきた。その結果、空気抵抗力と摩擦抵抗力のふるまいはそれぞれ異なり、個別的な対応を考える必要があった。今後の問題点を含み以下の知見を得た。

- 1, コンピュータ上で再現したジャンプ台の形状が実際のジャンプに適合しているかどうかなお問題が残る。
- 2, ジャンプのアプローチ滑走において空気抵抗力は直走路上における滑走性に影響を与え、摩擦抵抗はR 1での滑走性に影響を与えるものと判断される。
- 3, 摩擦抵抗力はR 1での最初と最後に身体に大きな影響をもたらす。
- 4, このモデルは、滑走路上の1次元的な運動として処理されていることから、身体そのものの問題を取り扱うためには、更に発展させ、絶対座標を用いた2次元の数式モデルで検討する必要がある。

〈引用参考文献〉

- 1) Denoth, J., Luethi, S. M. and Gasser H. H., "Methodological problems in optimization of the flightphase in ski jumping," International Journal of Sport Biomechanics, 3:404-18, 1987.
- 2) Iguro, M. and Yamaki, A., "Design of Ski-Jumping Hill for 1972 Winter Olympic Games," K. Kinoshita (ED), Scientific Study of Skiing in Japan, Hitachi, Ltd, Tokyo, 1971, pp. 54-62.
- 3) Luethi, S. M. and Denoth, J., "The Influence of Aerodynamic and Anthropometric Factors on Speed in Skiing," International Journal of Sport Biomechanics, 3:345-52, 1987.
- 4) Remizov, L. P., "Biomechanics of optimal Flight in Ski-jumping," J. Biomech, 17: 167-71, 1984.
- 5) Remizov, L. P., "Optimal running on skis in downhill," J. Biomech, 13:941-45, 1980.
- 6) 佐々木敏・角田和彦「Ski-jumpにおけるサツツ動作の分析的研究」北海道体育学研究, 23 : 13-19, 1988.
- 7) 谷一郎・井内松三郎・渡辺勲, 「スキー飛躍の空気力学」木下 是雄(編)日本のスキー科学, 日立製作所, 1971. pp. 64-78.
- 8) 渡部和彦, 「スキージャンプアプローチ姿勢の解析」, 昭和54年度日本体育協会スポーツ医学研究報告No II, 競技別競技力向上に関する研究, 1980, pp. 167-

ジャンプにおけるアプローチ滑降のシミュレーション

- 69.
- 9) 渡部和彦, 「風洞実験によるスキージャンプ姿勢の解析; 上肢の姿勢変化の影響」昭和54年度日本体育協会スポーツ医学研究報告No II, 競技別競技力向上に関する研究, 1980, pp. 325-27.
 - 10) 渡部和彦, 「風洞実験による空気抵抗の測定」, J. J. Sports Sci., 1:41 3-21, 1982.
 - 11) Watanabe, T., Kasaya, A., Kawahara, Y. and Konishi, T., "Kinematic studies on ski-jump," International Congress of Winter Sports Medicine:Sapporo, 1972. pp. 98-105.

A Simulation of Approach Run in Ski jumping

The Influence of the External Forces
Including the Centerifugal
Force Through the R1

TSUTOMU SASAKI
KAZUHIKO TSUNODA

Abstract

The purposes of this study are to clarify the magnitude and action of the external forces which affect a jumper's body and gliding posture. Many researchers have proposed equations of motion, and we examined the applicability of their equations of motion in simulating ski jumps. In this study, we refer to the method of Luethi et. al. because their equation is concerned with the phase of ski gliding. We developed two equations of motion for two phases. The first equation was for the straight running phase and the second one was for the arc by the radius of curvature (85m).

These equations are:

$$ma_1 = \sin \theta \cdot mg - Fd - \mu (mg \cdot \cos \theta - Fl) \dots \dots \dots (1)$$

$$ma_2 = \sin \theta \cdot mg - Fd - \mu (mg \cdot \cos \theta - Fl + mv^2/r) \dots (2)$$

The equations were solved by the Runge-Kutta Method on a personal computer.

Our findings are as follows:

- 1) The applicability of the mathematical model is not certain.
- 2) On the straight course the drag force affected the performance of ski gliding, and the arc course was affected by friction.
- 3) The friction force appeared to affect ski performance early in

ジャンプにおけるアプローチ滑降のシミュレーション

the arc and in its last phase.

- 4) We could not deal with action of the body itself in this model, as the model is one dimensional. It is necessary to develop two dimension mathematical model in further investigation.

Key words: Skijump, Approach Run, Centrifugal Force, Simulation.