

## 「模型」について

この論文は言語の「模型」理論についての研究の序である。

中 川 治 子

言語学で「模型」(model)という術語は比較的新しい。言語学の論文の表題に明記されたものとして、例えば C・F・Hockett に “Two models of grammatical description”<sup>(1)</sup> があり、つづいて、Noam Chomsky の “Three models for the description of language”<sup>(2)</sup>, “Explanatory models in linguistics”<sup>(3)</sup> 等がある。その他言語学の論文中には、1944年の Z・S・Harris の “Yokuts structure and Newman’s grammar” 以来<sup>(4)</sup> 殊に1951年以来「模型」という術語、ないしはその概念がたびたび使用されている。「模型」の概念を明らかにして、上記の Chomsky の「模型」、ないしはその論文を理解する手がかりとしたいというのがこの論文の目的である。

エンサイクロペディア・ブリタニカの “MODELS AND MODELMAKING” (模型と模型づくり) の項には次のようにある。<sup>(5)</sup>

「趣味としての模型のおもしろさはもちろんのこととして、それがさまざまな職業、および工業の分野で価値があるのは、計画中のもの、ないしはすでに存在のしているもの、視覚にうつたえる本質的な面を、独特の伝達力をもつて伝える、というところにある。このゆえに、古代以来人間は小型から実物大まで、おおくの模型をつくり、これを新しい建造物のとくしゆな関係を探究したり、既知のものの三次元の性質を説明するための、もつとも直接的な接近法としてきた。……

[上記のように]、すべて細部にわたつて完全な忠実さが必須の模型とは著しく違つて、ある原理を説明したり、ある面を強張りたいような

ばあいには、図式的の模型のほうがのぞましいことがある。ある概念の伝達に明確さを期するため、本質をゆがめたり、ある要素を抽出して、他を省略したり、あたらしい形や色をつくり出すことが必要なばあいがある。展示の設計の初期の段階は、研究目的のため、概型の模型でつくりあげる。」

またエンサイクロペディアの “MATHEMATICAL MODELS” (数学模型) の項には次のようにある。<sup>(6)</sup>

「児童用の煉瓦の箱は人類の数学概念の知識、ないしはそれとの接触のもつとも初期のものである。實在の立方体の形状が、あるていど児童の精神の潜在的な数学機能(器官)にうつたえる。……

それはちようど、そろばん………が整数複体の衝動をかきたてるかもしれない、というのと同様であろう。……

数学模型の目的は命題証明ではなく、理解をたすけ、さらに進んだ調査研究の方向を指向する、ということにある。

数学模型は、グラフ(graph)や、ノモグラフ(nomograph)の作成に要請されるほどの正確さの標準を達成する必要はない。がしかし、相応の注意をはらつて、適切な材料で構成されな

(1) Word, vol. 10, No. 2-3 (1954), pp. 210-234.

(2) IRE Transaction on Information Theory, Vol. IT-2, No. 3 (1956), pp. 113-124.

(3) Logic, Methodology and Philosophy of Science, Proceedings of 1960 International Congress, Stanford University Press, Stanford California, 1962, PP. 528-550.

(4) IJAI, Vol. 10 (1944) pp. 196-211.

(5) Encyclopaedia Britannica Vol. 15 pp. 632-633 (1963).

(6) Ibid. (5) pp. 76-77

## 「模型」について

ければならない。」

以上の引用から「模型」について次のことがいえるとおもう。ただし興味の対象であるものをのぞく。

「模型」は実在の事物である。その対象である事物は実在の事物でもあり、また観察しうるまたは観察しえない概念(以下の概念はこの義)でもありうる。「模型」はその対象である事物、または概念の、視覚にうつたえる本質的な面を、とくしゆな関係、三次元の性質、すべての細部、ある原理、ある面、ある概念、数学概念、整数複体の衝動、理解、または調査研究の方向を、完全に忠実に、図式的に、ゆがめて、抽出して、創造的に、概型的に、または正確に、伝えたり、探究したり、説明したり、強張したり、または理解したりするうえに、独特の伝達力をもち、もつとも直接的な接近法であり、精神の潜在的な数学機能にうつたえ、衝動をかきたて、または指向する。

要するに、「模型」である実在の事物と、「模型」の対象である実在の事物、ないしは観察しうる、または観察しえない概念の間にある関係が存在する、ということができ、またその関係が成立するように「模型」はつくられる、ということが出来る。その関係とはいかなるものであるうか。

この関係を論理的、または数学的な概念に限定して表示すると、次のようになるとおもう。すなわち、「模型」とその対象である事物、または概念はその構造において対応する。「模型」のある部分と、その対象である事物、または概念の対応する部分との関係は1対1の相関関係であるといえる。

「数学模型」ないしはその他の研究用のある「模型」の構成にたいして、相応に注意をはらい、適切な材料を用いるという規準の基礎は、この関係の成立、またはその期待にある。そして「模型」の対象であるものが事物であるばあいには、「模型」がその構造を暗示する能力の大きい材料でつくられていれば、いほど、「模型」はその対象である事物のより接近した写しとなつ

て、それを観察するものに実物を伝えるささえの役割をはたすのである。すなわちその視覚にうつたえる本質的な面を、独特の伝達力をもつて伝える。すなわち表示するのである。「模型」の対象であるものが概念であるばあい、概念が観察しうると、えないとにかかわらず、「模型」であるその写しが完全にその写しであるとしても、それを観察するものにその概念を伝えるささえの役割すらも、観察者の観察能力に依存する。すなわち、その概念を探究したり、説明したりするためのもつとも直接的な接近法であり、精神の潜在的機能にうつたえ、衝動をかきたて、理解をたすけ、または研究調査の方向を指向するためのものでしかありえない。

いずれにしても「模型」はその対象である事物、ないしは概念の構造を証明するためのものではなく、それを表示して、その理解、説明のためのささえの役割を果すものであり、それを果すことができるように、「模型」はつくられるのである。

従つて「模型」はその製作過程にあつては、その対象である事物、概念を写すという目標にむかつて、効果的にその表示が実現するまで、「模型」の模型を試作して完成に近づいていくのである。また「模型」の対象である事物、概念についていえば、「模型」が表示するように計画され、または要請されている面、それへの接近法、解釈の相違に対応して、いくつもの「模型」によつて表示されるのである。

結局、「模型」とその対象である事物、概念との間の関係は、事物とその表象の間の関係を越えるものではない。そしてさらにその関係は実在の事物というわくのなかで表示されるにすぎない。にもかかわらず、「模型」はその独特の効用価値のゆえに、広範な適用の分野をもち、またますますそれを拡大している。

「ジャック・ベルヌイの方法は自然科学にも重要である。C<sub>1</sub>、C<sub>2</sub>、C<sub>3</sub>……なる事例を観察することによつて、概念Bの性質Aと思われるものが見いだされる。非数学的帰納によつて見いだ

されたこのような性質Aを概念Bに属させるには、AがBの諸特性に結びついていて事例の変動に無関係な場合にのみ許されることである。このことをわれわれはベルヌイの方法から学ぶのである。他の多くの点におけると同様に、数学はこの際自然科学に対し一つのモデルを提供する。——エルンスト・マツハ(7)

「V・F・Lenzen, Henry Hiz 教授によれば、模型という術語、ないしは、すくなくともその概念は、1960年の論理学、方法論、科学哲学の学会 (Congress for Logic, Methodology and Philosophy of Science) の討議の際、Eugenio Beltrami と Felix Klein が1870年代の非ユークリッド幾何学に関連して使用したのが最初で、ついでFregeとRussellが数学的論理学に使用している」(8)

上記の引用は「模型」または「数学模型」について、またその科学の分野における適用についてのべている。ではこの「模型」ないしは「数学模型」はエンサイクロペディア・ブリタニカの「模型」ないしは「数学模型」と、どのような関連があるのであろうか。以下この点について考察する。

ベルヌイの方法とは数学的帰納法を示唆する。数学が自然科学にたいし数学的帰納法という「模型」を提供する、ということである。

「数学的帰納法は、数学のある命題が数 $n$ について成立するとき、また $n+1$ についても成立する、ということをもつ証明し、つぎにすくなくともある特定の一数についてその命題が妥当することを証明し、これによつていかなる整数についてもその命題が妥当する、という結論にたつする証明法をかくよぶ。特殊より全体に推論するがゆえに帰納法とよばれるが、けつして蓋然的に立証するのではなくして厳密である。数が吾人の思惟の無限なる反省的過程に由来するがゆえである。」(9)

上記の引用によれば、数学の提供する「模型」は、ある命題の妥当性の証明法であり、蓋然的に立証するのではなくして厳密である、という

ことである。

命題とは、「判断を言語に表わしたもの」(10)、すなわち「思惟のもつとも簡単な発表形式の一方面から観うる形式論理的発表形式である。」(11)「論理学上の命題は一定の主張を言明せるものでなければならぬ。形式論理学上の判断に相当す。」(12)

「妥当性とは妥当するということ」(13)であり、「ある判断の認識価値を意味する語である。判断は実物として存在しないが論理上の真実として認識上の価値を有する。このばあい、これを妥当するという。妥当は本来性質を示す語である。」(14) すなわち「内容の特殊性に閑せずしてそれが属すべき領域、たとえば感性的性質」(15)などを示す語である。

以上によればこの「模型」はある判断がある領域の性質を示していることを証明する方法である。蓋然的に立証するのではなくして厳密であるが、命題を証明するのではなく、命題を解釈するのである。

「数学は思惟の対象としての物(要素)の結合配列の形式的関係を規定する学と一般に定義しうる。数学は形式的関係を規定するがゆえに形式科学、思惟の先験的原理に基く公理より演繹しなければならぬもの、先験科学である。また数学の認識は公理体系を前件とする仮言的論証によるが、公理は吾人の随意の規約(数学的唯名論)ではなくして思惟の先験的原理に基く客

(7) Erkenntnis und Irrtum (洞察と誤謬), 第4版, 1920年, 312ページ; 柴垣和三雄訳, 数学における発見はいかになされるか1, 帰納と類比, 丸善株式会社, 昭和38年8月10日第5刷発行, p. 121 (G. Polya, Mathematics and Plausible Reasoning volume I, Induction and Analogy in Mathematics, Princeton University Press, 1958)

(8) Ibid. (3) p. 558.

(9) 哲学小辞典増訂版; 岩波書店; 第2版, 昭和9年2月 p. 783.

(10) Ibid. (9) p. 481.

(11) Ibid. (9) p. 195.

(12) Ibid. (10).

(13) Ibid. (9) p. 91.

(14) Ibid. (13).

(15) Ibid. (9) p. 627.

観的对象の規定である（数学的実在論）。」<sup>(16)</sup>

したがって数学の理論は原理という公理によつて表示される。

「公理という語は、はじめ幾何学において主として用いられ、‘自明の真理’の意に解せられていたが、非 Euclid 幾何学の成立などが認められて以来、‘1つの理論において成り立つと仮定または要請されること’と解せられるようになった。

数学の理論は三段論法によつて組み立てられているから、その理論で成り立つことの証明をさかのぼつてたどつてみると、その理論においては初めから成り立つと考えられているいくつかのことがらにゆき当る。それらのことがらをその理論の公理 (axiom) という。

1つの理論の基礎になつている公理の全体をその公理系 (system of axioms) という。

その理論が実質的な意味をもつものであるためには、少くとも公理系が矛盾を含まないことが必要である。矛盾を含まないことをその無矛盾性 (英 non-contradiction 独 Widerspruchslosigkeit) という。公理系の無矛盾性はその公理系を満足する具体的な模型 (model) を示すことによつて確かめられる。<sup>(17)</sup>

「模型理論 (model theory) は数学構造の領域ないしは数学の体系を対象とし、これらの領域ないしは体系は第1階の述語論理 (the lower Predicate calculus) で論理式化された——多くのばあいにはそうであるが、必ずしもそうでないばあいもある——公理の集合によつて表示される。」<sup>(18)</sup>

従つて数学理論の表示である公理系を満足する具体的な模型は、その理論の公理系を第1階の述語論理で表示したものであるばあいが多いといえる。この場合、「模型理論」は第1階の述語論理の論理式で表示されるのである。すなわち数学理論が第1階の述語論理の論理式によつて表示されるのである。

かくして理論が実質的な意味をもつものであるために公理系に要請された無矛盾性は、第1階の述語論理の論理式に要請されることとな

つた。

論理学、数学において「模型理論」ないしはその概念が導入されたのは非常に新しい、ということを用によつて知ることができる。記号論理学 (Symbolic logic) と数学基礎論 (Grundlagen der Mathematik) の成立、とその発展があいまつて、多くの数学理論が記号論理によつて形式化されている。すなわち多くの数学理論の「模型理論」がつくられている。また数学基礎論の1つの考え方を代表する「形式主義では無矛盾であることにその〔数学〕体系の存在意義を認め、普通の数学をなるべく広い範囲にわたつて無矛盾な形式化を行うことを理想とする。また有限な立場における無矛盾の証明をその主な目的の1つとする超数学、あるいは証明論を形式化された数学に対して考えることができる」<sup>(19)</sup> かくして「模型理論」構成の範囲がますます拡大されている。

「模型」、「模型理論」の無矛盾性が、数学理論が実質的な意味をもつものであるために必要であり、結局「模型理論」は理論の命題の証明ではなく、その無矛盾性、妥当性の証明、すなわちその命題の解釈のためである。

以上、数学の提供する「模型」は本質的概念においては、エンサイクロペディア・ブリタニカのそれと同様に考えることができると思う。そして「模型」が研究の有用な手がかりである数学の分野においては、「数学模型」が有用であると同じ程度に「模型理論」は有用であるのである。

「言語学における「模型」という術語は、数学における「模型」を模型としてつくられているものが大部分である。」<sup>(20)</sup> といわれている。

前述の数学の提供する「模型」の経験科学に

(16) Ibid. (9) p. 782.

(17) 数学辞典、増訂版、岩波書店 1962年2月10日 増訂第3刷 p. 268-269.

(18) Ibid. (3) Abraham Robinson, Recent Development in Model Theory, p. 60.

(19) Ibid. (17) pp. 249.

(20) Ibid. (3) Yuen Ren Chao, Models in Linguistics and Models in General, p. 558.

おける適用を考察して、言語学の「模型」に接近する手がかりとする。

「自然法則の認識は科学の窮極にしてかつ唯一の目的である。本来の目的たる法則の認識に到達する手段として、しゅじゅの探究手段を使用して、その予備的な法則の発見に必須の研究を行う。それは事実の観察、測定、推量および方法である。すなわち科学は水平面上の四面体によつて表わしうる。その頂上に達する前に通らなければならない底面の三つの頂点は観察、測定および推量である。一番上の頂点が法則、すなわち科学の終局の目的を表わしている。この最終目的に達するためにはなんでも構わず観察し、他のことを測定し、さらになんらかの仮設の上で推量するのでは充分でない。いわゆる科学的方法を構成する詳細な規則に一致させるように科学の段階を結びつけることが必要である。ここに述べた幾何学的表現では、この方法は四面体の稜で表わされるであろう。」<sup>(21)</sup>

「観察しうる領域 (properties) および関係 (relations) を分類し、これらの観察しうる概念の経験的に実証可能な一般化 (generalizations) を確立する、というあい関連した段階を過ぎた科学は、これらの一般化がさらに普遍的な仮説の論理的帰結である、ということを実証することによつてこれらの一般化を説明しようとする。

1つの科学理論 (a scientific theory) は頂点にある初期仮説群 (initial hypotheses) があり、それと底面の経験的実証可能な一般化から成る1つの演繹体系である。」<sup>(22)</sup>

この演繹体系に数学理論の演繹体系を用いて形式化した理論を形式化された理論 (formalized theory) といい、数学理論の演繹体系のある部分、部分を用いて形式化した理論を半形式化された理論 (semi-formalized theory) という。

「心理学、社会学においては、「模型」という語を、形式化された理論ないしは半形式化された理論の同義異語としてだけ用いていることが多い。」<sup>(23)</sup>

以上によれば、科学理論と数学理論とは演繹体系において対応している。がしかし科学理論

と数学理論は2つの理論であつて、その演繹体系が1つの形式的な体系で表示されているのである。

数学理論のばあいはその演繹体系は、理論の命題の無矛盾性、妥当性の証明をして、理論の命題を解釈する。その演繹体系に「模型理論」を用いる。科学理論のばあいはどうか。

「現象を支配する法則を認識する、という科学の目的に到達する前に、まず現象自身を認識することが必要である。事物を観察し、その性質や現象を単独に記述する。更に事物のしゅじゅの性質の間の関係、またこの性質の変化、すなわち現象の間の関係が定性的に認められた存在であるとするある事実、ある関係を確認する。確認した事実、関係を、それぞれの一般法則の成立の操作から離れた新しい法則を立てるために使用する。すなわち量に対する定つた関係を推量、論理、計算を関与せしめることによつて、確認した事実、関係から導き出すのである。」<sup>(24)</sup>

科学理論は、事実の観察、測定、推量という3つの頂点をもつ底面を、3つの稜で表示する方法によつて結びつけ、仮説という形の理論を3つの稜の頂点にもつ体系である。仮説は、現象の一般性を表示する事実の一般性を表示するものでなければならない。

「理論は1群の事実を1つの原理または法則から解釈することによつて生じた統一的説明」<sup>(25)</sup>である。

また「一般性、一般概念とはその意味を変えずして多数の事物 (または表象) のいずれにも適用しうる概念をいう。」<sup>(26)</sup>

理論の仮説の演繹体系は理論の説明の役割にない、事実のある性質、関係を量に対する定

(21) アンリ…ルシャトリエ著、稲村耕雄他共訳；実験科学方法論、白水社、1951年、10月20日参照。

(22) Ibid (3) R. B. Braithwaite, Symposium on Models in the Empirical Sciences p. 224-231.

(23) Ibid. (22).

(24) Ibid. (21).

(25) Ibid. (9) p. 605.

(26) Ibid. (9) p. 280.

## 「模型」について

つた関係であるとして、多数の事物のいずれにも概当することを証明するのである。これは数学がその理論の演繹体系を解釈する「模型」を用いるばあい、その「模型」が数学理論に果す役割と同様である。

しかし厳密に言えば、数学の「模型」、**「模型理論」**のばあいと、数学の提供している「模型」を模型とした「模型」とは相違する。「模型理論」は完全に形式化された体系でなければならない。そしてそれは1つの理論の演繹体系と同等のまたは2者選択的な意味の「模型」である。経験科学に提供された数学の「模型」は2つの理論の演繹体系が同一のものであるということであるが、またこのことはその他の点でも相違しているということがいえる。しかし相違していても差支えない。すなわち効用度はさほど変わらないからである。

以上のことからエンサイクロペディア・ブリタニカの「模型」ないしは「数学模型」がその概念の規程では、数学の「模型」ないしは「模型理論」と同様であつたように、経験科学に提供された数学の「模型」ないしは「数学模型」は、経験科学に提供された数学の「模型」を模写してつくつた「模型」と同様であるといつてさしつかえないと思う。すなわちその対象である概念を表示して、証明のためではなく、それを探究したり、説明したりするもつとも直接的な接近法であり、精神の潜在的機能にうったえ、衝動をかきたて、理解をたすけ、または研究調査の方向を指向するものであり、またそれでしかありえない事情は理論のための「模型」においても同様にいえると思う。

「模型」が科学理論のためのものとして、すなわち科学理論の解釈のためのものとしての役割は非常に限られている。にもかかわらずさまざまの興味ある成果をあげている。「特に科学理論が概念であつて、観察しえない概念を含み、しかもその概念は純粹に論理的ではないばあいは、「模型」は役割の限界内においてさえも、科学理論の解釈能力は増大する。すなわち科学理論の説明仮説の演繹体系と「模型」のそれと

は対応する。そして「模型」の演繹体系の概念はすべて熟知のものとする。こうして1つの理論が理解されれば、それを熟知の概念として、これをもつて「模型」を構成し、1歩1歩と積みあげてゆくことができる。また「模型」の初期仮説群中の熟知の命題をみていて、ある熟知している領域のあるものに相当する命題を示唆しているときづくことがあるかもしれない。この命題を初期仮説群に付け加えて、「模型」において演繹される領域について新しい一般化をするということができる。更に新しい理論の概念に含まれている新しい概念を付け加えていくと、更に新しい概念を指向しつづけていくことができる。経験的実証可能な一般化が——拡張された理論はこういう特徴をもつと仮定する結果であるが——経験によつて論破されるまでつづけていくことができる。

この主張はゆるぎされない。類比は理論拡張の方法を示唆するにすぎない。類比的示唆のあるものは理論を有益な拡張に導いたし、またあるものは袋小路に追い込むことになつたということは、科学の歴史が語つているところである。(27)

数学が提供している「模型」の経験科学における効用価値は、エンサイクロペディア・ブリタニカの「模型」、**「数学模型」**のそれと同様であり、またさらにそれを越えていく可能性を示している。すなわち科学理論の説明の役割をたすけることから、さらにその予見の役割をたすけるというのである。がしかし論者はこの希望は、拡張された理論が経験的実証可能な一般化という特徴をもつと仮定しての結果にかかり、さらにまた類比の危険性の上にかかつていると警告している。

要するに以上の「模型」は「結果の表示のためのわくでありうる」し「知識取得のためのわくでありうる」という Paul L. Garvin<sup>(28)</sup>の「模

(27) Ibid. (22).

(28) Paul L. Garvin; Structures of Language and Its Mathematical Aspects, IJAL Vol. 29 No. 2 Part I (April, 1963) p. 175.

型」の前者に帰着したということができよう。数学が数学的唯名論から数学的実在論の間をゆれ動くにつれ、「模型」の概念もゆれ動いている。結局事物とその表象との哲学的認識論の間

題は古代から現在までを貫いており、その問題のただ中で言語哲学、言語学はどのような「模型」をどのように用いているかということはここでは論じない。