

## 電磁波のヘヴィサイドー永井ー空間による解析

— 量子波動解析の基礎理論 —

永井 信夫

## 目次

- ・はじめに
- ・ゼロと無限大に関する先端物理学
- ・解析のための標準パターン
  - 3.1 波動回路の基本構造
  - 3.2 空間1次元の波動回路
- ・波動方程式から導かれる回路の基本的性質
  - 4.1 回路パラメータ
  - 4.2 z変換法による解法
  - 4.3 変数分離法による解法
  - 4.4 波動の多重反射
  - 4.5 共鳴現象とコヒーレンス長
- ・量子力学の複素等価回路
  - 5.1 等価回路
  - 5.2 量子井戸の等価回路
  - 5.3 量子障壁の等価回路
  - 5.4 共鳴トンネルダイオード
- ・くりこみ理論
- ・むすび

## I. はじめに

文献 [1] によると、現在の科学技術にヘヴィサイドが残した最も大きな発明は、無ひずみ線路の数学的な解を求めたことであると述べている。文献 [2] では、ヘヴィサイドが電信方程式を提案し、それから得られた

「無ひずみ線路の条件」は、実は「波動の最大エネルギーの伝送条件」であることを示し、その考え方はマクスウェル方程式を電界と磁界という2つの関数で表すことに発展したことを述べ、現在の情報通信工学の発展の最重要の考え方であることを述べた。ヘヴィサイドは1世紀も昔の人であり、21世紀に生きるわれわれは、ヘヴィサイドの考えをなお一層発展させなければならないと考えられる。

ところで、私は21世紀に入る数年前に、量子力学に関する私の見方にとって従来の物理学の取り扱いに疑問をもつものとして、次の問題を挙げた [3]。

- (1) トンネル効果と共鳴トンネル現象
- (2) くりこみ操作
- (3) ディラック作用素

上の問題のうち、(1) および (2) に回路理論を用いる取り扱いを文献 [3] で述べた。ヘヴィサイドの考えを発展させることは文献 [3] での手法を発展させることにもつながるものと考えられる。そこで、本文では現在の物理学に対して、ヘヴィサイドの考えを発展させた理論の構築を試みる。

## II. ゼロと無限大に関係する先端物理学

文献 [4] によると、最先端物理学の世界において科学の未来のためには、次のような

---

キーワード：マクスウェル方程式の電界と磁界，1次元波動の電圧と電流，多重反射による過渡応答，シュレディンガー方程式の電圧と電流

ことが言われている。J.J. トムソンは「科学がなしうる最大の貢献とは、新奇な発想を導入することだ」。また、リチャード・ファインマンは「必要なのは想像力だ。世界を新たな眼で眺めなければならないからだ」。

このように「斬新な発想こそ、科学の命で、みずみずしい発想を絶えず取り込んでいかなければ、科学は立ち行かなくなるだろう」と書かれており、逆流する時間、多世界解釈、およびそれを宇宙像に拡大した多宇宙の想定、その中で人類がそこに存在しているためだという発想は「人間原理」の名で知られているような奇想、発想が書かれている。

このように、新奇な発想が必要なかもしれないが、物理学の難問としてはゼロと の問題がある。文献 [5] によると、数学におけるゼロと の問題は一応決着がついていると考えられる。それに対して、物理学におけるゼロと の問題は文献 [5] の182ページから述べられているので、その主要部を抜き出してみよう。

『ついに紛れもなく明らかになった。無限大とゼロは不可分で、数学にとって不可分にして本質的なものなのだ。数学者はこれらとつきあっていくことを覚えるしかない。しかし、物理学者には、ゼロと無限大は宇宙の仕組みとまったく無関係であるように思われた。無限大を足し合せ、ゼロで割ることは数学の一部であったが、自然界の営みではなかった。

少なくとも、科学者たちはそう望んでいた。数学者がゼロと無限大の関連を暴いていくにつれ、物理学者は自然界でゼロに出会いはじめた。ゼロは数学から物理学に広がった。熱力学ではゼロが、乗り越えられない障害となった。ありうる最低の温度だ。アインシュタインの一般相対性理論では、ゼロがブラックホール、恒星をまるごと飲み込んでしまう怪物のような星となった。量子力学ではゼロが、奇妙な無限で、いたるところにある、もっとも深い真空のなかにさえ存在する エネルギー

の源であり、また無が及ぼす、幻影のような力を生みだしている。』

物理学におけるゼロと無限大の問題はこれからの問題であるとして、ゼロ点エネルギーとブラックホールとを挙げ、ビッグバンを理解するには、物理学者は量子力学と相対性理論を結び付けなければならないとし、超ひも理論(ブレイン理論も含めて)がその解決の鍵になりうると結んでいる。

物理学での量子論は、物理現象から離れて、数学の作用素論を援用している。すなわち、波動性の解析はフーリエ解析およびそれを発展させたと考えられるヒルベルト空間論を用いている。文献 [6] の145ページに「ケルヴィンが地球の年齢の推定を誤ったこと」が述べられているが、私は量子論にヒルベルト空間論を用いることは、その失敗を繰り返すように感じられる。すなわち、エネルギーに関して、波動のエネルギーは電圧と電流(電界と磁界)という2つの関数による非線形現象であるのに対して、ヒルベルト空間論では、その非線形性を考慮に入れることができない。

その例を具体的に挙げると、私は固有値問題がゼロ点エネルギーの解決の鍵を握っているように考えている。すなわち、絶対零度では電子は基底準位のところを回っているが完全に固有値となっていて、有効電力がゼロになっていると考えられないであろうか。

また、回路理論では、電源と無損失回路および負荷とを区別して、その考えを物理現象に当てはめれば、ビッグバンは電源の問題であり、ゼロ点エネルギーなどの多くの問題は無損失回路における共鳴現象や固有値問題と関係し、ブラックホールは負荷の問題と考えられないであろうか。

このようにゼロと を含む物理学の難問に回路理論を応用するのも一つの選択ではないかと考え、ヒルベルト空間とは違う空間を設定し、また非定常状態、別の言い方をすると過渡応答も考慮に入れることのできる空間を

考えてみよう。すなわち、電圧と電流という2つの関数が定義される「波動回路空間」あるいは「ヘヴィサイド - 永井 - 空間」("Wave Circuit space" or "Heaviside-Nagai-space") を考えよう。

次章では、波動を回路理論で考えるための基本事項や、過渡現象を考えるために必要な回路構造とその基本的な性質などを考えておく。

### III. 解析のための標準パターン

波動を回路理論で解析するための基本事項を考えておこう。

#### 3.1 波動回路の基本構造

常微分方程式で表される集中定数回路は、時間の関数で位置を表すパラメータ  $x$  を含んでいないから、ある1点の関係だけで、実はエネルギーの伝搬は考えに入れていない。一方、マクスウェル方程式や電信方程式などの偏微分方程式は時間  $t$  と位置  $x$  との関数であるから、重要な波動やエネルギーの伝搬を考慮することができる。

このようにエネルギーの伝搬を問題にする原点は文献 [7] のファインマンによる空気およびガラス中の光子の伝搬であり、空気層は光子を送り込むところ、光子を受け取る場所にわかれている、その間にガラスが挟まれている。この状態を回路理論のモデルで表すと、(1) 光子を送り込むところが電源部であり、(2) 回路理論の主要部は伝送回路と呼ばれる受動回路部分であり、ガラスがその受動回路部分を表す回路理論の主要部でありブラックボックスで表され、(3) 光子を受け取るところが負荷であり、図1に示すモデルとなる。なお、図1にはスイッチが入っているが、それによって過渡応答や非正常応答が求まり、このスイッチによって「時間の矢」、すなわち、時間は逆流し得るのかどう

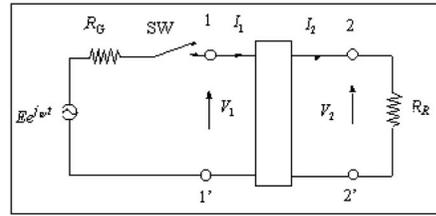


図1 電源と負荷の間に回路としてのブラックボックスを接続した一般的な回路  
Fig.1 Circuit representation containing a generator, a black box as a circuit and a load.

かを考察することに用いる。

#### 3.2 空間1次元の波動回路

波動回路の原点は文献 [7] のファインマンによる空気およびガラス中の光子の伝搬である。ファインマンは過渡応答を考慮してはいないが、私は回路理論や信号処理を前提としているので、過渡応答を重要視している。そのため、電源や負荷を常に考え、「ラプラス変換」による波動の解析を考えている。また、文献 [7] に単色光の光子を取り扱うと仮定しているが、これから扱う波動も、単一周波数の波動を取り扱うことにする。すなわち、

[仮定1] 過渡応答も取り扱えるようにラプラス変換を用いる。

[仮定2] 入力電源として電圧源を用い、単一周波数の波動  $Ee^{j\omega t}$  を取り扱う。

なお、ラプラス変換を用いた単一周波数の波動であるから、ラプラス変換された波動  $E_G(s)$  は次のように表される。

$$E_G(s) = \frac{E}{s - j\omega} \quad (1a)$$

また、ラプラス逆変換された時間の関数  $e_G(t)$  は次のように表され、スイッチの働きも入っている。

$$e_G(t) = \begin{cases} Ee^{j\omega t} & \dots t \geq 0 \\ 0 & \dots t < 0 \end{cases} \quad (1b)$$

偏微分方程式の回路理論であっても、信号が伝わるところが平面や立方体になると積分操作が必要となり、回路理論で取り扱われる

過渡応答と定常応答との区別があいまいとなる可能性があり、本文では信号が伝わるのは点であり面ではないと仮定する。すなわち、  
[仮定3] 波動の進行方向は空間的に1次元のみとし、座標は $x$ とする。

回路理論で用いられる入射波は電源で定まる「最大有能電力」であるので、入出力ポートの状態を常に考えなければならない。また、波動に関する回路は信号がどのように伝わるかが主要な問題なものと、式の中にインピーダンスが表されているようにするために、縦続行列が適している。縦続行列は、電圧  $V_1, V_2$  および電流  $I_1, I_2$  を用いて、次のように表される。

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ただし、縦続行列では  $I_2$  の電流の流れる方向は左から右に流れる方向を正としている。

図1に示す回路のブラックボックスを伝送回路とするために、有効電力の伝送が主要な問題となる共鳴現象などでは、電圧源の内部抵抗を  $R_G$ 、負荷抵抗を  $R_R$  とし、次の条件が満たされているとする。

$$0 < R_G < \infty \quad (3a)$$

$$0 < R_R < \infty \quad (3b)$$

なお、理想的な状態では、ブラックボックスの部分は無損失回路を用いるべきであり、無損失回路の縦続行列は次のように与えられる [8]。

[無損失なるための縦続行列の条件] 2端子対回路が無損失なるための縦続行列の条件は次のように与えられる。

$$\begin{pmatrix} A^* & C^* \\ B^* & D^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

ただし、 $A^*$ などは  $A$  などの共役複素数を表す。上の条件は縦続行列が「J-ユニタリ行列」であると呼ばれる [8]。

## IV. 波動方程式から導かれる回路の基本的性質

ここでは代表的な波動方程式であるマクスウェル方程式から導かれる回路の基本的な性質を考える。

### 4.1 回路パラメータ

集中定数回路は常微分方程式で与えられ、ラプラス変換を用いて時間での微分が

$$s = j\omega \quad (5)$$

に変換され、集中定数回路ではその  $s$  を複素周波数パラメータとして使用している。この場合、振動やエネルギー（電力）が移動すなわち、伝送されることが式に表されることはない。

それに対して、マクスウェル方程式などの波動方程式は時間  $t$  と位置  $x$  との関数であるから、波動やエネルギーの移動が式に表される。そのため、マクスウェル方程式の解の表現から考えておこう。

マクスウェル方程式から波動方程式が導かれ、物理学の教科書 [9] では波動方程式をダランベールの解法で解いていて、時間項を主として三角関数で表現している。一方、マイクロ波回路の教科書では、時間項を  $\exp(j\omega t)$  (マイクロ波回路の理論では虚数単位を  $i$  ではなく  $j$  を用いて表し、 $\omega$  は角周波数を表す) という複素数で表現している。ヘヴィサイド-永井-空間ではマイクロ波回路と同じ表現を用いるため、時間項には  $\exp(j\omega t)$  を用いるので、その物理的意味を改めて考える。また、空間的に1次元の空間を用いてインピーダンスを用いるため、電圧と電流という2つの関数を考える。

### 4.2 z変換法による解法

マクスウェル方程式がもつ信号の移動に関する重要な性質から考えよう。マクスウェル方程式はそれと同等な無損失の電信方程式で

表され、次のように表される。

$$-\frac{\partial}{\partial x}v(x,t) = L\frac{\partial}{\partial t}i(x,t) \quad (6a)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}i(x,t) = C\frac{\partial}{\partial t}v(x,t) \quad (6b)$$

入力源から媒体に信号あるいは波動が入力されると、直ちに微分方程式の境界条件を満たす状態（回路理論では定常状態と呼ぶ）になるわけではなく、過渡状態（別の言い方をすると非定常状態）になる。この過渡状態を表現するにはラプラス変換が用いられる。そこで、式(6)にラプラス変換を行うと、次の空間1次元の微分方程式に書き換えられる。

$$-\frac{d}{dx}V(x) = sLI(x) \quad (7a)$$

$$-\frac{d}{dx}I(x) = sCV(x) \quad (7b)$$

上の式から、 $V(x)$ も $I(x)$ も次の波動方程式を満たす。

$$\frac{d^2}{dx^2}V(x) = s^2LCV(x) \quad (8a)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}I(x) = s^2LCI(x) \quad (8b)$$

上式に対しては、伝搬定数  $\gamma$  が次のように求まる。

$$\gamma = s\sqrt{LC} = su^{-1} \quad (9)$$

ここに、 $u$  は信号の伝搬速度を表す。

式(9)を用い、積分定数  $K_a$  および  $K_b$  を用いると、式(8)は次のように表される。

$$V(x) = K_a \exp(-su^{-1}x) + K_b \exp(su^{-1}x) \quad (10a)$$

$$I(x) = \frac{K_a}{R_0} \exp(-su^{-1}x) - \frac{K_b}{R_0} \exp(su^{-1}x) \quad (10b)$$

ここに、 $R_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$  と表され、特性インピーダンスと呼ばれる。

ところで、 $u$  は伝搬速度を表すから、 $xu^{-1}$  は距離  $x$  を波動が進むのに必要な時間を表すので、それを  $\tau$  と表す。したがって、式(10)には  $\exp(-s\tau)$  および  $\exp(s\tau)$  が現れていて、それはラプラス変換では信号が時間遅れたり、進んでいたりすることを表す。そのこと

を式(10a)を用いて表そう。

式(10a)において、 $x=0$  とおくと

$$V(0) = K_a + K_b = V^+(0) + V^-(0) \quad (11a)$$

ここに、 $V^+$  は右に進む進行波を、 $V^-$  は左に進む後進波を表す。

式(11a)は位置  $x=0$  における電圧波は右に進む進行波  $V^+$  と左に進む後進波  $V^-$  との2つの波が共存していることを表す。式(11a)をラプラス逆変換を行うと、次のように表される。

$$v(0,t) = v^+(0,t) + v^-(0,t) \quad (11b)$$

ここで、注意すべきことは、 $v^+(0,t)$  と  $v^-(0,t)$  は同時刻に現れると仮定している。次に位置  $x$  における電圧波を考えると、式(10a)は次のように表される。

$$V(x) = V^+(x)\exp(-s\tau) + V^-(x)\exp(s\tau) \quad (12a)$$

したがって、式(11b)を用いて式(12a)を逆ラプラス変換すると次式を得る。

$$v(x,t) = v^+(x,t-\tau) + v^-(x,t+\tau) \quad (12b)$$

このように、位置  $x$  における電圧波は時間遅れる進行波と時間だけ先に現れている後進波とがあり、それが現れる時間に2という時間差があることに注意しよう。

電流波も同様に、次のように表される。

$$i(x,t) = i^+(x,t-\tau) + i^-(x,t+\tau) \quad (13)$$

ここで、

$$v^+(x,t-\tau) = R_0 i^+(x,t-\tau) \quad (14a)$$

$$v^-(x,t+\tau) = R_0 i^-(x,t+\tau) \quad (14b)$$

ところで、等長分布定数回路 [10] においては、式(9)の伝搬定数  $\gamma$  を用いて長さ  $l$  を固定した次の式を複素周波数パラメータとして用いる。

$$\tanh \gamma l \quad (15)$$

上の複素周波数パラメータを双1次変換すると次式が得られる。

$$\tanh \gamma l = \frac{1 - \exp(-\gamma 2l)}{1 + \exp(-\gamma 2l)} \quad (16)$$

上式の  $\exp(-\gamma 2l)$  は次のように表すことができる。

$$\exp(-\gamma 2l) = \exp(-su^{-1}2l) = \exp(-sT) \quad (17)$$

上式の  $\exp(-sT)$  は逆ラプラス変換すると信号が時間  $T$  遅れることを表す。そこで、信号処理ではそれを「遅れ素子」と呼び、信号の過渡的な伝わり方を表す  $\exp(-sT)$  を複素周波数パラメータのように用いる。この解析手法を  $z$  変換法という。すなわち、ヘヴィサイド - 永井 - 空間では複素周波数パラメータとしては、式(5)の  $s$  ではなく、遅延を表す

$$\exp(-sT) \quad (18)$$

を用いるのが基本である。

### 4.3 変数分離法による解法

マクスウェル方程式を解くことに戻って、式(6)から定常状態の解を求めておこう。定常状態では式(6)の電圧および電流は変数分離できて次のように表される。

$$v(x,t) = \exp(j\omega t)V(x) \quad (19a)$$

$$i(x,t) = \exp(j\omega t)I(x) \quad (19b)$$

ここで注意すべき点は、時間項を  $\exp(j\omega t)$  で表すことで、これを三角関数で表すとすると、角周波数が  $\omega$  の波と同時に  $-\omega$  の波が入っていることになる。回路理論では角周波数のみの波が伝搬するという扱いをするため、波の伝搬には三角関数は用いない。

その結果、マクスウェル方程式は、次のように表される。

$$V(x) = K_a \exp(-\gamma x) + K_b \exp(\gamma x) \quad (20a)$$

$$I(x) = \frac{K_a}{Z_0} \exp(-\gamma x) - \frac{K_b}{Z_0} \exp(\gamma x) \quad (20b)$$

ここに

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC} = j\beta \quad (20c)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (20d)$$

上に求めた電圧と電流は定常状態の式であるが、式(10)の表現と一致しているので、 $\exp(-j\beta x)$  は定常状態を表す式であるが、角周波数が  $\omega$  の波が  $\exp(-su^{-1}x)$ 、すなわち、過渡状態において伝搬速度  $u$  で移動することも含まれているものと解釈する。このように解釈すれば、波動方程式の解には角周波数

の信号あるいは波動であっても、三角関数で表されて広がった波ではなく、時間的に移動している波という過渡的な現象も表現されていることになる。

### 4.4 波動の多重反射

式(10)を満足する線路を伝送回路として用いたときの回路解析は文献 [11] で行われているので、文献 [11] を参照し、図2に示す回路の時間的な解析を考えよう。

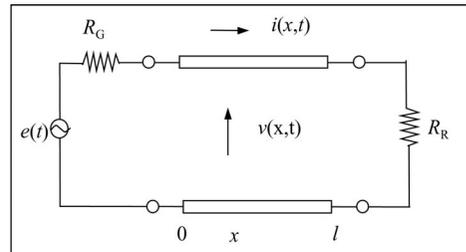


図2 無損失均一分布定数線路を回路素子として用いた回路

Fig.2 A circuit using a uniform lossless distributed constant line

図2に示す回路で過渡解析を主とした解析をするために、ラプラス変換された式を用いることにする。

図2に示すように、長さ  $l$  の無損失均一線路にラプラス変換された励振電圧  $E(s)$ 、内部抵抗  $R_G$  の電圧源と、抵抗  $R_R$  を負荷として用いる回路を解析しよう。線路上の電圧および電流は終端条件にかかわらず式(20)で与えられ、 $K_a$  および  $K_b$  が終端条件で決定される。その終端条件は、電源端の  $x=0$  および負荷端の  $x=l$  であり、次のように与えられる。

$$E(s) = V(0,s) + R_G I(0,s) \quad (21a)$$

$$V(l,s) = R_R I(l,s) \quad (21b)$$

ここに、 $x=0$  と  $x=l$  における電圧および電流は次のように表される。

$$V(0,s) = K_a(s) + K_b(s) \quad (22a)$$

$$I(0,s) = \frac{K_a(s)}{R_0} - \frac{K_b(s)}{R_0} \quad (22b)$$

$$V(l,s) = K_a(s) \exp(-su^{-1}l) + K_b(s) \exp(su^{-1}l) \quad (22c)$$

$$I(l, s) = \frac{K_a(s)}{R_0} \exp(-su^{-1}l) - \frac{K_b(s)}{R_0} \exp(su^{-1}l) \quad (22d)$$

式(22)を式(21)に代入して、 $K_a(s)$ および $K_b(s)$ を求めると次のようになる。

$$K_a(s) = t_G \frac{E(s)}{2} \frac{1}{1 - r_R r_G \exp(-su^{-1}2l)} \quad (23a)$$

$$K_b(s) = t_G \frac{E(s)}{2} \frac{r_R \exp(-su^{-1}2l)}{1 - r_R r_G \exp(-su^{-1}2l)} \quad (23b)$$

ここに、 $E(s)/2$ は電圧源の電圧の $1/2$ であるから入力電圧を示し、 $t_G$ は電圧源から線路への電圧透過係数で

$$t_G = \frac{2R_0}{R_0 + R_G} \quad (24a)$$

と表される。また、 $r_R$ および $r_G$ はそれぞれ線路から負荷、および線路から電圧源に向かって進行する波の反射係数を表していて、次のように表される。

$$r_R = \frac{R_R - R_0}{R_R + R_0} \quad (24b)$$

$$r_G = \frac{R_G - R_0}{R_G + R_0} \quad (24c)$$

式(23)の $K_a(s)$ および $K_b(s)$ は $z$ 変換で表されている式のようにになっている。そこで、式(10a)の $V(x)$ が $z$ 変換で表されるかどうかを検討しよう。

まず、電圧源から線路への入力電圧を $E_t(s)$ と表すことにすれば、式(23)から次のようになる。

$$E_t(s) = t_G \frac{E(s)}{2} \quad (25)$$

右に進行する $K_a(s)$ に関係する式および左に進行する $K_b(s)$ に関係する式は、式(12a)から次のように表される。

$$K_a(s) \exp(-su^{-1}x) = \frac{E_t(s) \exp(-su^{-1}x)}{1 - r_R r_G \exp(-su^{-1}2l)} \quad (26a)$$

$$K_b(s) \exp(su^{-1}x) = \frac{E_t(s) r_R \exp(-su^{-1}(2l-x))}{1 - r_R r_G \exp(-su^{-1}2l)} \quad (26b)$$

ところで、 $u$ は波の伝搬速度を表しているので、 $u^{-1}2l$ は距離 $2l$ を進むために必要とする時間を表すから、次のように表す。

$$T = \frac{2l}{u} \quad (27a)$$

また、 $u^{-1}x$ は距離 $x$ を進むために必要とする時間を表すから、次のように表す。

$$\tau = \frac{x}{u} \quad (27b)$$

ここで $z$ 変換を用いるために、次のように定義する。

$$r_R r_G = a \quad (28a)$$

$$\exp(-su^{-1}2l) = \exp(-sT) = z^{-1} \quad (28b)$$

式(28a)は電圧の波の負荷端および電源端での反射係数の積であるから、電圧の波が線路を1往復したときの電圧の減少の割合を示す。また、式(28b)は電圧の波が線路を1往復したときの遅れ時間が $T$ であることを表している。

上の定義を用いれば、式(26)は次のように $z$ 変換で表される。

$$K_a(s) \exp(-su^{-1}x) = \frac{E_t(s) \exp(-s\tau)}{1 - az^{-1}} \quad (29a)$$

$$K_b(s) \exp(su^{-1}x) = \frac{E_t(s) r_R \exp(-s(T-\tau))}{1 - az^{-1}} \quad (29b)$$

ところで、 $E_t(s)$ のラプラス逆変換を $e_t(t)$ とする。すなわち、

$$\mathbf{L}^{-1}[E_t(s)] = e_t(t) \quad (30a)$$

上の定義を用いれば、 $E_t(s) \exp(-s\tau)$ のラプラス逆変換は次のようになる。

$$\mathbf{L}^{-1}[E_t(s) \exp(-s\tau)] = e_t(t - \tau) \quad (30b)$$

したがって、 $\exp(-s\tau)$ は電圧波形の時間の遅れを表す。

式(29a)を級数で表すために、 $z$ の多項式で表し、その多項式にラプラス逆変換を行えば、次のように時間 $T$ ごとに現れる波形を表し [12]、サンプリングと同じ効果を表し

ている。

$$\begin{aligned} & \mathbf{L}^{-1}[K_a(s) \exp(-s\tau)] \\ = & e_i(t-\tau) + ae_i(t-\tau-T) + a^2e_i(t-\tau-2T) + \\ & \dots + a^n e_i(t-\tau-nT) + \dots \end{aligned} \quad (31)$$

式(31)は、線路に入射された電圧の波は時間 の遅れで線路上の点  $x$  に到達し、次の電圧の波は線路を 1 往復して時間  $T$  の遅れと反射係数による振幅の減少をして点  $x$  に到達し、次々に往復するたびに時間の遅れと振幅の減少をして点  $x$  に到達することを表している。同様に、電圧の後進波  $K_b(s)$  の多重反射の様子も求められる。また、電流の進行波および後進波の多重反射の様子も同様に求められる。なお、4.3節に述べた手法により、角周波数 の波に対しても過渡現象としての多重反射の様子も解析が可能となることが理解されたと思う。

#### 4.5 共鳴現象とコヒーレンス長

図 2 に示す回路において、

$$R_R = R_G = 1 \quad (32a)$$

$$\exp(-sT) = \exp(-j 2 \pi) = 1 \quad (32b)$$

のときは、 $R_0$  が任意の値に対して共鳴する。そこで、

$$R_0 > 1 \quad (32c)$$

としたときの、主として電圧の状態について考察しておこう。

この電圧源の最大有能電力は

$$E^2 / 4 \quad (33a)$$

であるから、

$$E = 2 \quad (33b)$$

として、最大有能電力を 1 としておく。

定常状態になったときの、前進波  $K_a(s)$  および後進波  $K_b(s)$  は次のようになる。

$$K_a(s) = \frac{1+R_0}{2} \quad (34a)$$

$$K_b(s) = \frac{1-R_0}{2} \quad (34b)$$

この場合の電圧定在波の最大値  $V_{\max}$  は

$K_a(s)$  と  $K_b(s)$  との位相が合ったときで、絶対値を合わせた値となり、次のようになることに注意しておく。

$$V_{\max} = |K_a(s)| + |K_b(s)| = R_0 \quad (34c)$$

したがって、定常状態での負荷の電圧は  $K_a(s)$  に  $t_0$  を掛けて 1 となり、最大有能電力が負荷に供給されている。定常状態になるまでには、角周波数 のコヒーレントな波が必要なので、そのコヒーレント長を求めよう。

負荷に最大有能電力の 95% が供給されるまでのコヒーレント長  $n$  を  $R_0$  が比較的に大きい場合を求めよう。

式(28a)を用いて、

$$r_R r_G = a = \left( \frac{R_0 - 1}{R_0 + 1} \right)^2 \doteq 1 - \frac{4}{R_0} \quad (35)$$

したがって、最大有能電力の 95% になるための多重反射の回数  $n$  は次式を満たす。

$$\left( 1 - \frac{4}{R_0} \right)^n = 0.05 \quad (36a)$$

上式の自然対数をとることにより、次式を得る。

$$-n \log \left( 1 - \frac{4}{R_0} \right) \doteq \frac{4}{R_0} n \doteq 3.0 \quad (36b)$$

したがって、 $R_0=100$  のときは、 $n=75$  となり、電波や光であればそのくらいのコヒーレント長は得られるであろうが、電子波ではそのようなコヒーレント長は得られるとは考えられない。

## V. 量子力学の複素等価回路

量子力学では、電子がある位置に存在する確率を問題としていて、それは波動関数の絶対値の 2 乗で与えられると仮定している。一方、回路理論では電圧や電流がどのように伝えられるかが問題であり、空間的に 1 次元の波の伝送を扱う電信方程式で大きな成功を収めた。

高速のスイッチを量子効果デバイスで作れないかと考えるときには、波の伝送を調べる

のが良いであろう。我々はシュレディンガー方程式を電信方程式の一つの拡張と仮定して [3]，波動関数を基にして電圧と電流という2つの関数を求め，その2つの関数から等価回路を導出している。そこで，その等価回路について述べる。

### 5.1 等価回路

時間を含む1次元シュレディンガー方程式は，次のように表される。

$$-j\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x,t) = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x) \right] \Psi(x,t) \quad (37)$$

ここに， $U(x)$ はポテンシャル， $m$ は有効質量， $\hbar$ はプランク定数， $(x, t)$ は波動関数である。

(注) 物理学では，時間項を含むシュレディンガー方程式は次のように書かれる

$$j\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x,t) = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x) \right] \Psi(x,t)$$

すなわち，左辺の項の係数にマイマス符号がついていない。この方程式を解くと，角周波数が-の波が解となり，マイクロ波回路では+の波を取り扱うことと合わなくなるため，本文ではシュレディンガー方程式として式(37)を使用する。

式(37)では，係数が虚数になるものがあることに注意しなければならない。すなわち，回路理論では複素数を用いるが，回路理論で用いられる電信方程式であっても，時間項を含む方程式には実数しか現れない。

振幅や位相の変調を問題とするとき，時間を含む方程式に虚数の係数が含まれていると考えたほうが良い場合があり，そのときに虚数抵抗を用いる [13]。そこで，この方程式にも虚数抵抗を使用することを考える。

ポテンシャルの高さが異なるヘテロ界面の境界条件は，(1) 波動関数が連続，(2) 波動関数の一次導関数を有効質量で割ったものが連続なので，波動関数  $(x, t)$  を用いて，

電圧  $v(x, t)$  と電流  $i(x, t)$  を次のように定義する。

$$v(x,t) = \Psi(x,t) \quad (38a)$$

$$i(x,t) = j \frac{\hbar}{m} \frac{\partial}{\partial x} \Psi(x,t) \quad (38b)$$

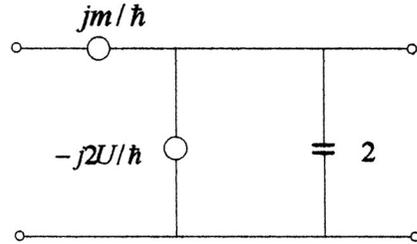


図3 単位長あたりの等価回路  
Fig.3 Equivalent circuit of unit length for wave function satisfying Schrödinger equation

上に定義した  $v(x,t)$  および  $i(x,t)$  の二つの関数が共に式(37)を満足するように，次のように表す。

$$-\frac{\partial}{\partial x} v(x,t) = j \frac{m}{\hbar} i(x,t) \quad (39a)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} i(x,t) = 2 \left( \frac{\partial}{\partial t} - j \frac{U}{\hbar} \right) v(x,t) \quad (39b)$$

したがって，単位長あたりの等価回路は図3となり，直列素子にインピーダンス  $jm/\hbar$ ，並列素子の一つにアドミタンス  $-j2U/\hbar$  なる虚数抵抗を用いている。

ところで，シュレディンガー方程式を満足するエネルギー  $E$  の波動関数は

$$\Psi(x,t) = \varphi(x) \exp(jtE/\hbar) \quad (40a)$$

と表され，ドブロイの関係式

$$E = \hbar\omega \quad (40b)$$

に従う周波数変数  $\omega$  を，回路理論における角周波数とすることができて，回路表現できる。すなわち，電圧および電流を次のようにする。

$$v(x,t) = V(x)e^{j\omega t} \quad (41a)$$

$$i(x,t) = I(x)e^{j\omega t} \quad (41b)$$

これらの式を式(39)に代入して，次式を得る。

$$\frac{d^2}{dx^2} V(x) = \gamma^2 V(x) \quad (42a)$$

$$\gamma^2 = -2m(\hbar\omega - U)/\hbar^2 \quad (42b)$$

$x=0$ ， $x=l$  の2点間でポテンシャル  $U$  およ

び有効質量  $m$  が一定であるとすれば,

$$\begin{pmatrix} V_0 \\ I_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \gamma l & Z_0 \sinh \gamma l \\ Z_0^{-1} \sinh \gamma l & \cosh \gamma l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_l \\ I_l \end{pmatrix} \quad (43)$$

なる縦続行列が得られる。ここに,

(i)  $m(\hbar\omega - U) > 0$  の場合:

$$\gamma = j \frac{\sqrt{2m(\hbar\omega - U)}}{\hbar} = j\beta \quad (44a)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{m}{2(\hbar\omega - U)}} = R_0 \quad (44b)$$

(ii)  $m(\hbar\omega - U) < 0$  の場合:

$$\gamma = \frac{\sqrt{2m(U - \hbar\omega)}}{\hbar} = \alpha \quad (45a)$$

$$Z_0 = j \sqrt{\frac{m}{2(U - \hbar\omega)}} = jX_0 \quad (45b)$$

## 5. 2 量子井戸の等価回路

式(44)で与えられる場合は, 量子現象としての量子井戸にあたる。この量子井戸の伝搬定数は, 式(44a)に与えられるように  $j$  となるが, 式(9)に表される  $su^{-1}$  ではないので,  $z$  変換を直接用いることができないので, 周波数 (量子力学ではエネルギー) ごとの特性を求めなければならない。ただし, 幅  $l$  の量子井戸の縦続行列は式(44)を用いて, 次のように表される。

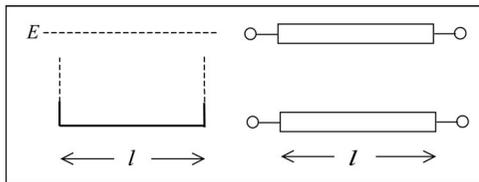


図4 (a)幅  $l$  の量子井戸, (b)その等価回路表示  
Fig.4 (a)Quantum well of width  $l$ , and (b) its equivalent representation

$$\begin{pmatrix} \cos \beta l & jR_0 \sin \beta l \\ \frac{j}{R_0} \sin \beta l & \cos \beta l \end{pmatrix} \quad (46)$$

上式は式(4)に定義した J - ユニタリ行列となっているので, 無損失回路であり, しかも  $\exp(-j \ x)$  という波動の進行波を表す式

(回転ベクトルともいう) で表されるので, 各周波数に対しては単位素子のように働く無損失線路である。そこで, 図4 (a)に示す幅  $l$  の量子井戸の等価回路を図4 (b)のように表し, 無損失線路という。

なお, 量子現象としてみた場合, 有効質量  $m$  は正にも負にもできて, 正の場合はエレクトロンの量子井戸を表し, 負の場合はホール井戸に相当するが, 回路理論的扱いは同じで, 無損失線路である。

## 5. 3 量子障壁の等価回路

式(45)で与えられる場合は, 量子現象としての量子障壁である。この量子障壁の伝搬定数は, 式(45a)のように実数であるから, 減衰定数であり, そこを進行する波は減衰する。したがって, この縦続行列は無損失回路を表わす J - ユニタリ行列ではないと予想される。それを確かめるために, 式(45)に基づいて得られる幅  $L$  の量子障壁の縦続行列を求めると, 次のようになる。

$$\begin{pmatrix} \cosh \alpha L & jX_0 \sinh \alpha L \\ -\frac{j}{X_0} \sinh \alpha L & \cosh \alpha L \end{pmatrix} \quad (47)$$

ここで, 式(4)の J - ユニタリ条件を満足するかどうかを確かめると, 実は予想に反して, 式(4)の J - ユニタリ条件を満足する。ただし, この回路は式(46)の無損失線路とは異なり回転ベクトル  $\exp(-j \ x)$  をもたないので, 無損失回路と呼ぶことにする。

このように伝搬定数が実数で減衰定数になっても, 無損失回路になる場合があることが分かった。では, この無損失回路と無損失線路との違いはどこにあるのだろうか。考えられる違いは, 無損失線路では (1) 回転ベクトル  $\exp(-j \ x)$  が存在し, (2) その特性インピーダンスが実数の特性抵抗になっているのに対して, 無損失回路では (1') 伝搬定数の回転ベクトルが存在せず, 実数  $\exp(- \ L)$  となっていて, また (2') 特性インピー

ダンスが純虚数  $jX_0$  となっている。

この量子障壁は禁制体の量子現象であり、そこを通過する粒子はトンネル効果である。それを回路理論的にみれば、減衰定数と純虚数の特性インピーダンスをもつ、カットオフ線路である。以上の考察から、量子障壁の等価回路は通常の無損失線路とするのは不適切なので、異なる線路の表し方とし、集中定数回路で表すことにする。その結果、図5(a)に示す幅  $L$  の量子障壁の等価回路は、線路形で表すときは図4(b)とは異なる図5(b)のように表し、特性インピーダンス  $jX_0$  を用いる。また、図5(c)に示すように集中定数のT形回路でも表現できる。なお、図に示している数値はインピーダンスの値である。

実はマクスウェル方程式や無損失電信方程式において、 $L$  または  $C$  が負となる場合に上述の無損失回路となり、その回路は絶縁体を表している。ナノテクノロジーにおいては、絶縁体も極めて薄くして用いるため、トンネ

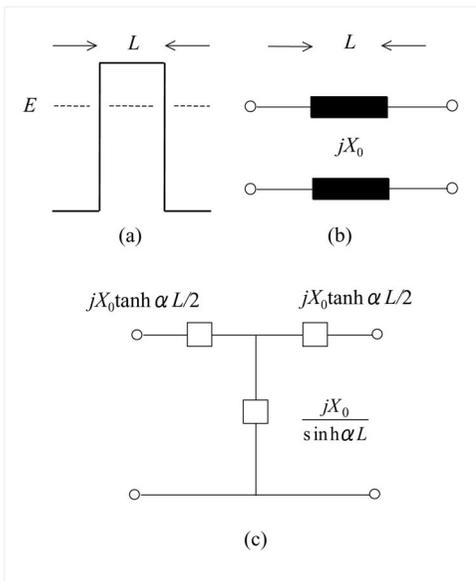


図5 (a)幅  $L$  の量子障壁、(b)線路形等価回路、(c)その集中定数回路としての等価回路表示

Fig.5 (a) Quantum barrier of width  $L$ , (b) its transmission-line type equivalent figures, and (c) lumped circuit type equivalent representation

ル効果が現れ、ナノテクノロジーにおいていかに薄い絶縁体を実現するかが現代の1つの難問である。ただし、この無損失線路と無損失回路との違いは、回路理論にとって重要と考えられ、映像パラメータ理論で明らかにされる。

#### 5.4 共鳴トンネルダイオード

集積回路における技術の進歩は目覚ましく、素子の寸法はナノメートルとなるナノエレクトロニクスの時代となり、量子現象の利用が重要となりつつある。

そのような中で、20年以上もの長い間実現が待たれているものに共鳴トンネルダイオード(RTD) [14] がある。ここでは、RTDの特性を本文で求めた複素等価回路を用いて求めよう。

量子力学では電子の波動性を扱うので、量子力学に固有の現象があり、その一つにトンネル効果がある。電子は固有のエネルギーをもって、そのエネルギーより高いポテンシャルの障壁を通り抜けることは普通は考えられない。ところが、波の性質をもった電子はその量子障壁を通り抜けることがあり、トンネル効果という。

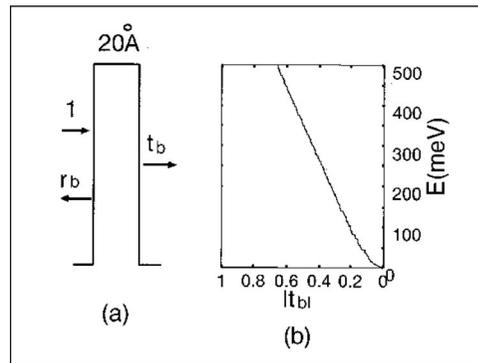


図6 (a) 幅  $20 \text{ \AA}$  のポテンシャル障壁、(b) 電子のエネルギー  $E$  に対する透過の確率振幅  $|t_b|$  (波動関数の絶対値)

Fig.6 (a) Potential barrier, (b) absolute value of transfer wave function (probability amplitude) for energy

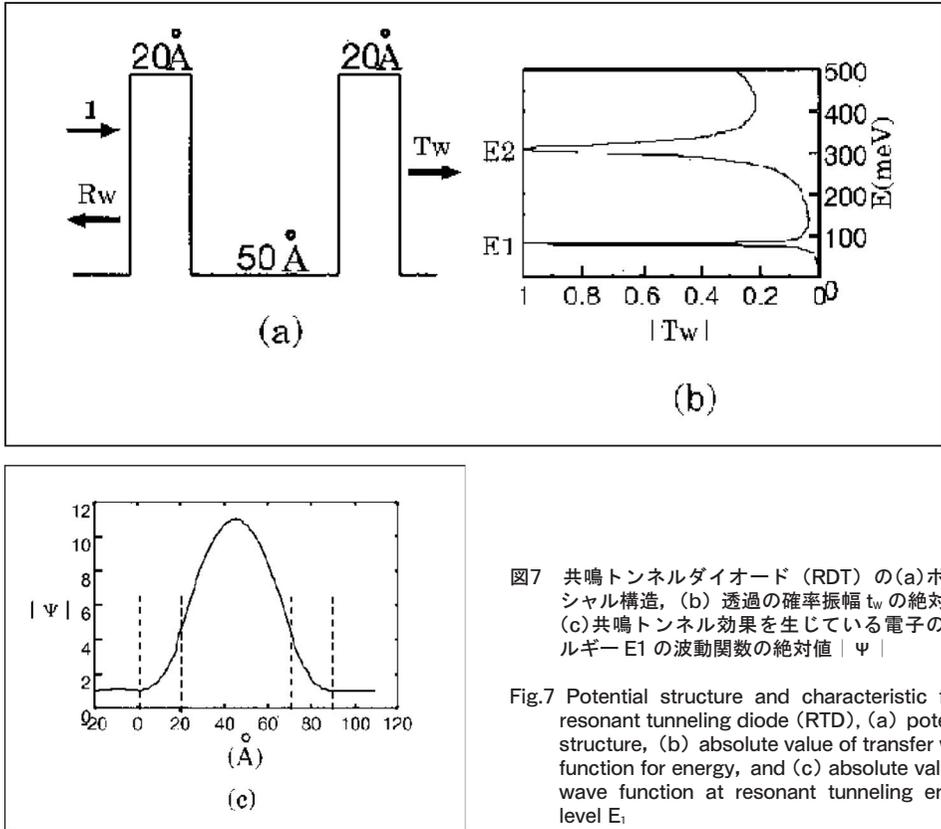


図7 共鳴トンネルダイオード (RTD) の(a)ポテンシャル構造, (b) 透過の確率振幅  $t_w$  の絶対値, (c)共鳴トンネル効果を生じている電子のエネルギー  $E_1$  の波動関数の絶対値  $|\psi|$

Fig.7 Potential structure and characteristic for a resonant tunneling diode (RTD), (a) potential structure, (b) absolute value of transfer wave function for energy, and (c) absolute value of wave function at resonant tunneling energy level  $E_1$

このトンネル効果は量子障壁の幅が数十程度までは生じるので、一例として図6 (a)には幅20 のポテンシャル障壁を、(b)にはその障壁のエネルギー  $E$  の電子に対する透過の確率振幅の絶対値を示す。

このポテンシャル障壁を二つ用いると不思議な量子現象が生じ、それを共鳴トンネル効果という。図7には幅20 の量子障壁を50 離して、そこを量子井戸として用いる二重障壁をもつRTDに対する(a)ポテンシャル構造、(b)透過の確率振幅  $T_w$  の絶対値  $|T_w|$  , および(c)共鳴トンネル効果を生じている電子のエネルギー  $E_1$  の波動関数の絶対値  $|\psi|$  の概略図を示している。

ところで、この現象をよくみるとなんと不思議な現象に思われる。すなわち、共鳴トンネル効果を生じているエネルギー  $E_1$  において、量子障壁が一つなら透過の確率振幅の

絶対値はおよそ0.182であるが、障壁を二つ用いるとその透過の確率振幅はもっと小さくなるのではなく、透過確率が驚くべき1となり、共鳴現象を生じている。この量子現象を等価回路で明らかにしよう。

図7 (a) に示したRTDの等価回路は図8に示すようになる。ここで、エネルギー  $E_1$  での量子障壁の透過係数 (透過の確率振幅の

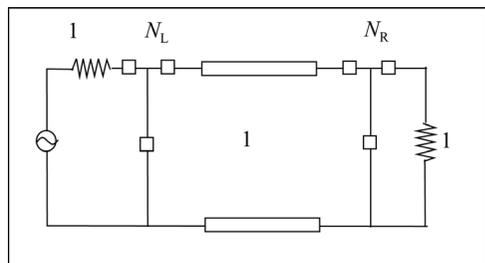


図8 RTDの複素等価回路

Fig.8 Complex equivalent circuit for RTD

絶対値) が0.182 であるために、共鳴現象を生じている量子井戸における電圧定在波の最大値が11 [ ] になっていることに注目して解析を進めよう。

図2に示す回路において、共鳴している場合の電圧定在波の最大値は式(34c)に与えられていて、線路の特性抵抗  $R_0$  に等しい。すなわち、2つの量子障壁にはさまれた量子井戸の等価回路は特性抵抗が11の線路になる。

量子力学では、波動関数の絶対値の2乗が電子の存在確率と定義しているが、回路理論を用いると、波動関数は電圧に対応していて、電圧の値が大きくても電流の値が小さくなり、エネルギーすなわち有効電力は回路全体が一定の値をもつことを表している。

この場合の共鳴現象にいたる電子波のコヒーレンス長は式(36b)により、8波長くらいであり、実現できない長さではないように考えられる。これは量子障壁の厚さが20 というように比較的薄いためであり、今後定在波の最大値を大きくするために、量子障壁の厚さを大きくする場合には、コヒーレンス長の長さが問題となると考えられる。

## VI. くりこみ理論

文献 [15] にくりこみが必要になる例として次の方程式が載せられている。

$$E\varphi(x) = \left[ -\frac{d^2}{dx^2} - \lambda_0 \delta(x) \right] \varphi(x) \quad (48)$$

上式は  $(x)$  なる  $x=0$  に関数が付け加わっている以外は、式(37)のシュレディンガー方程式に

$$2m = \hbar = 1, U(x) = 0 \quad (49)$$

を代入し、定常状態の解を考えているものであるから、 $E$  を角周波数  $k$  として用いれば、次のように表される。

$$\varphi(x) = V(x) \quad (50)$$

とし、 $x < 0$  では、

$$-\frac{d}{dx}V(x) = jI(x) \quad (51a)$$

$$-\frac{d}{dx}I(x) = jEV(x) \quad (51b)$$

したがって、次のように伝搬定数  $\gamma$ 、および特性インピーダンス  $Z_0$  が求まる。

$$\gamma = j\sqrt{E} \quad (52a)$$

$$Z_0 = \sqrt{1/E} \quad (52b)$$

すなわち、量子井戸であり、普通の線路で表せる。

関数が付け加わっている  $x=0$  においては、式(48)を  $x=0$  の付近で積分することにより、次式を得る。

$$-\frac{d}{dx}[V(0_+) - V(0_-)] - \lambda_0 V(0) = 0 \quad (53)$$

上式に式(51a)を代入すれば、次式を得る。

$$I(0_-) = I(0_+) + j\lambda_0 V(0) \quad (54a)$$

$$V(0_-) = V(0_+) \quad (54b)$$

したがって、 $x=0$  においては次の縦続行列を得る。

$$\begin{pmatrix} V(0_-) \\ I(0_-) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ j\lambda_0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V(0_+) \\ I(0_+) \end{pmatrix} \quad (55)$$

このように回路理論を用いると  $x=0$  のところに並列にアドミタンス  $j\lambda_0$  の要素が接続されているにすぎない。

上に示したように、物理学的には「くりこみ操作」を必要とする式(48)の解を回路理論を用いれば  $\lambda_0$  という計算をしないで求めることができるトリックを、私は次のように解釈している。

まず、回路理論では電圧と電流という二つの関数を用いるので、 $x=0$  において電圧は連続、電流は不連続として解くことができる。それに対して物理学では、 $(x)$  という一つの関数で解くために、 $x=0$  で、連続でしかも不連続な関数を求めるという数学的に困難なことをしなければならない。

それではどのようにして  $\lambda_0$  という計算

を回路理論では回避しているのだろうか。回路理論ではインピーダンス行列やアドミタンス行列という行列があり、その外に縦続行列がある。どのような2ポートの回路であっても縦続行列で表すことができるが、インピーダンス行列やアドミタンス行列では表せない回路もある。どうして表せないかという行列を変換するときに行列要素の逆数を用いなければならない。すなわち、行列の要素に0が存在してもよく、変換のときその逆数を用いなければならない、変換が不可能になることがおこる。

式(55)に示す回路は並列にアドミタンス  $j$  が接続された回路で、その回路はインピーダンス行列で表すことができるが、アドミタンス行列では表すことができない。すなわちその変換には0の逆数が必要になる。もう一つ重要なのは、並列の要素はアドミタンスで表すと都合がよいが、この回路を表すことのできるのはインピーダンス行列なのであって、ここでも逆数の操作が必要になる。したがって、不連続の原因がアドミタンスの要素にあるものをインピーダンス行列で表すために、二つの逆数を求める操作を繰り返してアドミタンス  $j$  が求まるもので、回路理論では電圧と電流、およびインピーダンスとアドミタンスを巧みに操作して の計算を回避していると私は思っている。

## VII. むすび

量子力学においては、トンネル効果とくりこみ操作の物理的な説明が少し曖昧に感ぜられる。この説明には量子力学の波動性に関係している。マイクロ波回路における波動はマクスウェル方程式の電界と磁界の2つの関数を基に考える。一方、量子力学では、シュレディンガー方程式を満たすただ1つの波動関数を考えている。

本文では、シュレディンガー方程式を満た

す波動関数を波動を満たす1つの関数として電圧に対応させ、シュレディンガー方程式を満たすもう1つの波動で電流に対応する関数を求め、この2つの関数による回路に関する理論を構築した。その結果、トンネル効果を生じる空間は電圧と電流との位相差が90°となり、絶縁体の厚さが非常に薄いとトンネル効果が現れる現象と同様の現象となることを示すことができた。また、くりこみ操作は電圧と電流との役割を分担させて、電圧は連続、電流は不連続になるようにすれば、くりこみ操作の説明が数学的に容易になることを示した。

20世紀初頭に生まれた相対性理論と量子論は現代物理学を支える2本柱といわれている。文献 [16] に述べられているように、相対性理論には「双子のパラドクス」のようなパラドクスを生む可能性があり、「時間の逆流」も可能となる理論体系であった。しかし、「ヘイフリーとキーティングの実験結果」は捏造されたものであることが明るみに出た結果、文献 [16] によると、「双子のパラドクス」は消え去り、「時間の逆流」も起こりえないことが示されている。

一方、現在の量子論には、アインシュタインやシュレディンガーなどが反対していたとも言われていて、不完全な理論体系のように考えられる。今の量子論は「アスペの実験」[17] が基になっているといえるものであり、もしもその実験が、そのような実験結果が出るように意図されたデータであったとすれば、振り出しに戻る理論体系である。

また、量子論の応用として「フォトニクス工学」が盛んに研究されているが、その実験によっても量子論が物理現象を正確に表す理論であるかが、現在確かめられているともいえる。

とにかく、もしもという仮定つきであるが、量子論に修正が必要なときには、本文が有効な量子論になるものと確信している。

[参考文献]

- 131-137,サイエンス社 1984.10
- [1] P. J Nahin: Oliver Heaviside: genius and curmudgeon, IEEE Spectrum, vol.20, no. 7 , pp.63-69, July 1983
- [2] 永井信夫: 回路理論の立場から観たマクスウェル方程式の特徴 オリヴァ・ヘヴィサイドの見たこと , 北星学園大学経済学部北星論集, 43, 2, pp.1-17, 2004年3月
- [3] 永井信夫: 21世紀の回路理論に思う, Journal of Signal Processing (信号処理), Vol. 2, No. 1, pp.6-12, jan. 1998
- [4] マーカス・チャウン (長尾力訳): 奇想, 宇宙をゆく, 春秋社, 2004年3月
- [5] チャールズ・サイフェ (林大訳): 異端の数ゼロ, 早川書房, 2003年10月
- [6] 小山慶太: 漱石とあたたかな科学, 講談社学術文庫, 1998年4月
- [7] R.P. ファインマン著 (釜江常好, 大貫昌子訳): 光と物質のふしぎな理論 - 私の量子電磁力学 , 岩波書店, 1987.
- [8] A.V.Efimov and V.P.Potapov: J-expanding matrix functions and their role in the analytical theory of electrical circuits, Usp. Mat. Nauk, pp.65-136, 1973
- [9] 太田浩一: 電磁気学 および , 丸善, 2000
- [10] A. Matsumoto (ed.): Microwave Filters and Circuits, Academic Press, 1970
- [11] 永井信夫: 講義シリーズ量子力学と信号処理 第8回無損失分布定数線路の過渡応答, Journal of Signal Processing (信号処理), Vol. 3, No. 3, pp.173-182, May 1999
- [12] 武部幹: 回路の応答, (p.141) コロナ社, 1981
- [13] V.Belevitch : Classical network theory, Holden-Day (1968)
- [14] J.P.Sun, G.I.Haddad, P.Mazumder and J.N.Schulman: Resonant Tunneling Diodes: Models and Properties, Proc. IEEE, 86, 4, pp.641-661, 1998
- [15] 関根克彦: 量子力学とくりこみ理論, 別冊『数理科学』量子力学 誕生から60年 , pp.

[Abstract]

## Analysis of Electromagnetic Waves by Heaviside-Nagai-Space: Basic Theory for Analysis of Quantum Wave

Nobuo NAGAI

In electromagnetic theory electric and magnetic fields satisfy the same wave equation derived from Maxwell equations, which are composed of simultaneous differential equations of electric and magnetic fields. We also obtain the same wave equation derived from lossless Telegrapher's Equations derived by O. Heaviside, which are composed of simultaneous differential equations of voltage and current waves. The ratio of the solutions for the simultaneous differential equations satisfies the Riccati differential equation. In applying this relation to Maxwell equations and lossless Telegrapher's Equations, the ratio of electric (voltage) and magnetic (current) fields (wave) defines "impedance." On the other hand, the product of the two fields (waves) defines electric power or energy. In circuit theory we use impedances and electric powers effectively. In quantum theory we obtain the wave function from Schrödinger equation. We try to obtain the wave function and a quasi-wave function from Schrödinger equation. In using the two wave functions we compose a quantum circuit theory.

---

Key words : Electric and magnetic fields from Maxwell equations, Voltage and current waves from lossless Telegrapher's Equations, Transient response derived from multi-reflection, Voltage and current waves from Schrödinger equation