回路理論の立場から観たマクスウェル方程式の特徴
― オリヴァ・ヘヴィサイドの見つけたこと ―

永　井　信　夫

目　次

Ⅰ. はじめに

現代のような情報化社会においては，情報の伝達は重要であり，遠方への情報伝達は光あるいは電気信号を含めて電磁波で行われている。電磁波はマクスウェル方程式を満足するものであり，マクスウェル方程式の性質はすべて知り尽くされているように考えられる。

ところで，高度情報化社会をささえる科学技術として集積回路があり，その製作技術の進歩発展は急なものがあり，ナノテクノロジーが必要となっていて，量子力学の応用を必要としている。量子力学はシュレディンガー方程式という波動方程式で記述されるため，マクスウェル方程式と深い関係がある。

ここでは，マクスウェル方程式の工学への応用を通しての量子力学の工学への応用についての一つの考え方を示す。そのため，マクスウェル方程式を満たす波動を，回路理論の立場で再考する。

なお，物理学では「単純」で「普遍的」な状態から，対称性が破れて，「複雑」で「特殊」な状態へと遷移するという「対称性の破れ」で宇宙が創られているといわれている。この考えからは，単純な構造を考える量子力学には「ゆらぎ」という複雑な現象は生じな

キーワード：マクスウェル方程式のヘヴィサイドによる修正，波動エネルギーの伝送，最大有能電力と共鳴現象，固有値問題と位相差90°

いように考えられないであろうか。

これをマクスウェル方程式に当てはめると，極めて対称的なマクスウェル方程式を満足する波動を用いて，かなり複雑な信号処理をする回路を設計しているので，回路理論は「対称性の破れ」をうまく利用しているとも考えられないであろうか。

以上のようなことを考えるためにも，マクスウェル方程式の工学への応用に関して，再考する必要が感じられる。

Ⅱ．マクスウェル方程式の表現法

マクスウェル方程式はすべて解決されていると思っていたところ，文献[１]の134ページに書かれている次の文章に出会った。そこで，その文章を少し長くなるが引用する。

『ベクトル・ポテンシャルの変遷

マクスウェルが，ベクトル・ポテンシャルを用いて電磁気の方程式を完成させたとき，マクスウェルはベクトル・ポテンシャルを物理量と考えた。ニュートンの運動方程式によれば，“運動量”の時間変化が力に等しくなる。運動量とは質量と速度をかけ合わせたものである。一方，マクスウェルが得た電磁場の方程式では，ベクトル・ポテンシャルの時間変化は単位電荷に働く力“電場”になる。かくして，マクスウェルは「ベクトル・ポテンシャルは，電磁気的な運動量である」と考えた。

ところが，その30年後，ヘヴィサイド (O.Heaviside) やヘルツ (H.Hertz) は，マクスウェル方程式からベクトル・ポテンシャルを消し去ってしまう。彼らは無用なベクトル・ポテンシャルを捨て去り，「物理的意味をもつ電磁場だけを用いて電磁気を表現することによって，すっきりさせることができた」と主張している。以来，ベクトル・ポテンシャルは物理的意味を持たない，数学的な量だと考えられるようになった。この式が，現在，我々が大学で習うマクスウェルの方程式なのである。』

ここで，マクスウェルの得た方程式とヘヴィサイドが修正した式とを，念のため，文献[２]から引用しておく。

マクスウェルはベクトル・ポテンシャル A を物理量として捉え，ニュートンの運動方程式を摸擬して，ベクトル・ポテンシャルの時間変化 $\frac{\partial A}{\partial t}$ は，単位電荷に働く力，電場 E，になる。かくして，次の方程式を得た。

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} - grad\phi \tag{1a}$$

$$B = rotA \tag{1b}$$

$$rotH = i + \frac{\partial D}{\partial t} \tag{1c}$$

$$divD = \rho \tag{1d}$$

それに対して，ヘヴィサイドがベクトル・ポテンシャルを消し去って，修正したマクスウェル方程式は

$$rotE = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{2a}$$

$$divB = 0 \tag{2b}$$

$$rotH = i + \frac{\partial D}{\partial t} \tag{2c}$$

$$divD = \rho \tag{2d}$$

上記の文におけるヘルツは電波を実験的に得た「無線通信の創始者」であることは良く知られている。修正した人物のヘヴィサイドは，実は電気通信工学を実現するのに極めて重要な「回路理論の創始者」である。ヘヴィサイドが物理学者というよりは通信工学者であったことが，ベクトル・ポテンシャルを消し去ったと私は考えるので，次の章でヘヴィサイドの仕事を文献[３]を参照して簡単に考えておく。

Ⅲ．ヘヴィサイドと電信方程式

仮定の話になるが，もしも100年余前にマクスウェル方程式が式(１)のようにベクトル・ポテンシャルで表されていたならば，文献[１]，[２]に述べられている物理現象の解明がもっと早い時期に行われたかもしれないが，現在のような情報の時代にはまだなっていなかったように思う。すなわち，マクスウェル方程式をヘヴィサイドが式(２)のように表したので，電気信号による情報の伝達が現在のように進歩したと思われる。ここでは，ヘヴィサイドがどうしてマクスウェル方程式を式(２)のように表したかを，文献[３]を参照して考えてゆこう。

３.１　ヘヴィサイドの業績

1800年代半ば，ケルヴィン(W.Thomson 後の Lord Kelvin) は大西洋横断ケーブルによる電信の実用化を研究するため，音声周波数以下の低周波数に対し，ケーブルは熱の拡散と同様の伝わり方をすると考え，分布 RC 線路と仮定した[４]。このように仮定すると，電流の伝搬速度が∞となる。一方，導体中の電気の伝搬速度は光の速度より遅いことが知られていて，分布 RC 線路との仮定は適当ではないことはわかっていた。そこに登場したのがヘヴィサイドである。

文献[３]によると，現在の科学技術にヘヴィサイドが残した最も大きな発明は，無ひずみ線路の数学的な解を求めたことで，現在の人工衛星を用いた通信にも彼の公式が用いられていると述べられている。実は無ひずみ線路の表現がマクスウェル方程式を式(２)のように表すことになったことに直接に関係する。また，ヘヴィサイドは現在の科学技術に多くの貢献をしていて，それらの中の主だったものを文献[３]では次のものを挙げている。

- マクスウェル方程式の電磁界による表現
- 電磁界によるエネルギー伝達の公式（同時発見者)
- 電気回路理論におけるフェザーの導入
- ベクトル解析，ベクトル演算子法の導入
- 現在では超関数と呼ばれる関数論，あるいはラプラス変換の原形となった演算子法の創始者
- インピーダンスなどの電気工学に必要な語句の提案

上述のヘヴィサイドの業績で再考すると，量子現象と考えられる現象も古典物理学で説明できると思われるものがあるように私には感じられる。そこで，ヘヴィサイドの最も大きな発見である「無ひずみ線路の数学的な求め方」から考えてゆこう。

３.２　電信方程式の解法と無ひずみ条件

マクスウェル方程式は，時間項 t と３次元空間 x, y, z なる４変数で表される線形偏微分方程式である。マクスウェル方程式の解で共鳴現象は表されるが，共鳴現象は解である波動の多重反射で得られることが知られている。空間的に３次元の空間内での波動の多重反射は空間的に拡がった現象であり，非常に複雑になるので，より簡単な空間的に１次元の現象を考えておくのが得策である。そこで，空間的に１次元のマクスウェル方程式を考えると，それはヘヴィサイドが提案した回路理論でおなじみの「電信方程式」となる。

なお，マクスウェル方程式は無損失回路となるが，ここでの電信方程式は損失項を含む一般的な電信方程式を考える。

一様な線路の単位長当たりの往復のインダクタンスを L，抵抗を R，線間の容量を C，漏れコンダクタンスを G と仮定する。そのときの電圧，電流の瞬時値を $v(x, t)$, $i(x, t)$とすると，次の二つの式からなる線形偏微分方程式が得られ，それを電信方程式の基本式という。

$$-\frac{\partial}{\partial x} v(x,t) = Ri(x,t) + L\frac{\partial}{\partial t} i(x,t) \qquad (3a)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} i(x,t) = Gv(x,t) + C\frac{\partial}{\partial t} v(x,t) \qquad (3b)$$

上の式はヘヴィサイドの演算子法と等価なラプラス変換を用いても解くことができるが，無ひずみ線路の物理的意味を重視するために，単一周波数に対する定常状態の解を求めることにする。

単一周波数（正弦波）に対する定常状態の電圧および電流を求めるために，電圧および電流のフェーザを $V(x)$ および $I(x)$ と表し，x と t の関数が変数分離されて，次のように表されるとする。

$$v(x,t)=V(x)e^{j\omega t} \qquad (4a)$$

$$i(x,t)=I(x)e^{j\omega t} \qquad (4b)$$

上の式を式(３）に代入し，次の式を得る。

$$-\frac{d}{dx}V(x) = (R + j\omega L)I(x) \qquad (5a)$$

$$-\frac{d}{dx}I(x) = (G + j\omega C)V(x) \qquad (5b)$$

式(５)をxで微分して，次の電信方程式を得る。

$$\frac{d^2}{dx^2}V(x) = \gamma^2 V(x) \qquad (6a)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}I(x) = \gamma^2 I(x) \qquad (6b)$$

ここに，γは

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \qquad (7)$$

ただし，　　$\alpha \geqq 0$

と表され，γは均一線路の伝搬定数とよばれる複素数であり，αを減衰定数，βを位相定数とよぶ。また，式(６)も積分定数 K_a および K_b を用いて次のように表せられる。

$$V(x)=K_a \exp(-\gamma x)+K_b \exp(\gamma x) \qquad (8a)$$

上式を式(5a) に代入して，次式が得られる。

$$I(x) = \frac{K_a}{Z_0}\exp(-\gamma x) - \frac{K_b}{Z_0}\exp(\gamma x) \qquad (8b)$$

ここに，Z_0 は

$$Z_0 = \sqrt{\frac{(R + j\omega L)}{(G + j\omega C)}} = R_0 + jX_0 \qquad (9)$$

ただし，　　$R_0 \geqq 0$

と表され，均一線路の特性インピーダンスとよばれる。

ところで，無ひずみ線路の条件は，線路の一次定数の間に

$$\frac{R}{G} = \frac{L}{C} \qquad (10)$$

なる関係があるときで，この場合，特性インピーダンスは実数となり，線路を進行する電圧波も電流波もともに，波形は変化せず，大きさが指数的に減少する形で進むことがわかる，というように書かれていることが多い。

ヘヴィサイドが無ひずみ条件として，式(10)を提案したのはもっと深い思慮の基に提案されたように思われる。そのような書き方をしている本に文献[５]があり，その119ページを紹介しよう。

３．３　減衰最小条件と無ひずみ条件

一様な線路の伝搬定数γは式(7)で与えられる。γの実数部である減衰定数αを考えると，R および G を小さくするほど減衰は小さくなる。しかし，R と G とが与えられたときに，L および C を適当に選ぶことにより，減衰を小さくできるかを考えるために，式(７)のγをLおよび C で偏微分し，その実部を０として，極値をとる条件を求めてみよう。

$$\frac{\partial\gamma}{\partial L} = \frac{j\omega}{2}\sqrt{\frac{G + j\omega C}{R + j\omega L}} = \frac{j\omega}{2}\frac{1}{Z_0} \qquad (11a)$$

$$\frac{\partial\gamma}{\partial C} = \frac{j\omega}{2}\sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \frac{j\omega}{2}Z_0 \qquad (11b)$$

すなわち，γの実部が減衰定数αであるから，線路の特性インピーダンス Z_0 が実数となることが最少減衰条件

$$\frac{\partial\alpha}{\partial L} = \frac{\partial\alpha}{\partial C} = 0 \qquad (12)$$

を満足するための必要十分条件となる。その条件は式(10)の無ひずみ条件と一致する。

ところで昔の話になるが，文献[５]によると，平衡ケーブルの一例として紙絶縁の0.9㎜市外ケーブルの１kHz の値はおよそ

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = 130\Omega,\ \sqrt{\frac{R}{G}} = 6000\Omega \qquad (13)$$

となり，無ひずみ条件から大きく離れている。このために線路の一定間隔ごとに集中的にコ

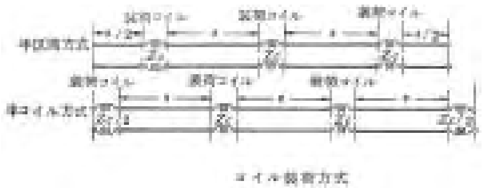

図１　コイルを装荷した線路
Fig.1 Transmission line with loaded coils.

イルを挿入し，平均的に見たとき等価的に L が大きくなったような線路を得ようとする方法が考えられ，この方法を線路のコイル装荷と呼び，挿入するコイルを装荷コイルという。図１には，コイルを装荷した伝送線路を示している。

ヘヴィサイドが無ひずみ条件を見出したのは，この減衰最少条件だけであったのかを，次の節で考えよう。

３．４　平均電力と有効電力

物理学での「エネルギーの保存則」は，運動のエネルギーと位置のエネルギーとの和が一定であることを表し，ハミルトニアンはその条件から導かれる。それに対して，電気現象では電圧と電流という二つの関数の積が電力を表し，電力と時間との積がエネルギーを表す。このように二つの関数でエネルギーあるいは電力が定まるので，有効電力と無効電力という二種類の電力が考えられる。これは，二つの関数の位相の違いで生じるもので，次の電圧 $v(t)$ と電流 $i(t)$ が正弦波で与えられたときの平均電力に関係するので，それを求めてみよう。

$$v(t)=V\sin\omega t \qquad (14a)$$

$$i(t)=I\sin(\omega t-\theta) \qquad (14b)$$

ここに，

$$V>0 \qquad (14c)$$

電圧と電流の積を電力または瞬時電力と呼び，この場合，次のように表される。

$$\begin{aligned} v(t)i(t) &= VI\sin\omega t\sin(\omega t-\theta) \\ &= \frac{1}{2}VI\cos\theta - \frac{1}{2}VI\cos(2\omega t-\theta) \end{aligned} \qquad (15)$$

式(15)の右辺第2項は，角周波数２ωで変化する正弦波であって，その１周期の平均は０である。このように，瞬時電力を１周期で平均した平均電力は，電圧と電流との位相に差があるときはその位相差に応じて異なる値となり，$\theta=0$，すなわち，電圧と電流とが同相のとき平均電力が最大となる。

このように，電圧と電流とが正弦波で与えられるときには，積分操作による「平均電力」が求まる。電圧と電流とがベクトル，すなわち，複素数あるいはフェ‐ザで与えられるときには，複素電力が定義され，その実数部を有効電力，その虚数部を無効電力と呼び，有効電力が平均電力と消費電力に等しくなることが知られている[６]。

ここで，電信方程式における電力の伝送について考えてみよう。伝送線路を伝わる電圧波と電流波とは式(４)を満足し，進行波と後進波とに分かれた波は式(８)を満足する。式(８)における進行波のみをここでは考えると，次のように表すことができる。

$$i^+(x,t) = N_+\exp(-\alpha x)\exp(-j\beta x)e^{j\omega t} \qquad (16a)$$

$$\begin{aligned} v^+(x,t) &= N_+(R_0+jX_0)\exp(-\alpha x)\exp(-j\beta x)e^{j\omega t} \\ &= N_+|Z_0|\exp(j\theta)\exp(-\alpha x)\exp(-j\beta x)e^{j\omega t} \end{aligned} \qquad (16b)$$

ここに，

$$|Z_0| = \sqrt{R_0^2+X_0^2} \qquad (16c)$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{X_0}{R_0} \qquad (16d)$$

電圧波および電流波が複素数のベクトルで

表されている場合には，平均電力，すなわち有効電力はどちらか片方の共役ベクトルとの積の実数部で求められる。したがって，

$$\mathrm{Re}\{v(x,t)i^*(x,t)\} = |N_m|^2 |Z_0| \cos\theta \exp(-2\alpha x) \qquad (17)$$

上式は伝送線路を伝わる進行波の有効電力が電圧波と電流波との位相差に関係することを表し，$\theta=0$，すなわち，電圧波と電流波とが同相となったとき，進行波で運ばれる電力が最大になることを示している。この条件は特性インピーダンスが実数で表されることであるから，無ひずみ条件に一致する。

無ひずみ条件は，入力波形がくずれることがなく出力ポートに伝えられることは事実であり，また，減衰最少条件を満たすことも事実であるが，ヘヴィサイドが直感でみつけた最大の発見は，ここに述べた最大のエネルギーを運ぶ条件ではなかったのではないかと私には感じられる。

Ⅳ．ヘヴィサイドのねらい

ヘヴィサイドが電信方程式を提案するまでは，伝送線路はケルヴィンによって解析された分布 RC 線路が用いられていた。前章に述べたように，ヘヴィサイドは伝送線路として最大のエネルギーを運ぶ条件として，特性インピーダンスを実数にすることを考えた。その考えに分布 RC 線路のどこが適していないかを考え，その考えをマクスウェル方程式に適用してみよう。また，これらの考えを検討した目で，ヘヴィサイドの大きなねらいが何であったかを推測してみよう。

４．１　分布 RC 線路の特性インピーダンス

ヘヴィサイドが電信方程式を提案する前に用いられていたケルヴィンの分布 RC 線路を調べてみよう。分布 RC 線路は式(３)において

$$L=G=0 \qquad (18)$$

とおいたものであるから，次式のように表される。

$$-\frac{\partial}{\partial x}v(x,t) = Ri(x,t) \qquad (19a)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}i(x,t) = C\frac{\partial}{\partial t}v(x,t) \qquad (19b)$$

上式は，式(３)に式(18)を代入して解くことができ，伝搬定数 γ と特性インピーダンス Z_0 は次のように求まる。

$$\gamma = \sqrt{j\omega RC} \qquad (20a)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R}{j\omega C}} \qquad (20b)$$

上に示した諸式について，エネルギーを伝えるという観点から検討してみよう。エネルギーを伝送するという観点からは，電圧波および電流波ともに，進行波として

$$\exp(j\omega t-j\beta x) \qquad (21a)$$

および，後進波として

$$\exp(j\omega t+j\beta x) \qquad (21b)$$

という波動として伝送されることが望まれる。式(19b)はこの条件を満足させることができるが，式(19a)はこの条件を満足するようにはできない。そのため，伝搬定数が式(20a)で求まるように複素数となり，減衰定数を含むようになる。この場合，無ひずみ条件を満足するようにできるかを知るために，特性インピーダンスを見ると式(20b)のように求まっていて，実数にすることができない。

このように，ケルヴィンが解析した分布 RC 線路を，伝送路として用いているという考えにはヘヴィサイドは賛成することができず，インダクティブ素子であるコイルを使うことを考えついたのではなかろうか。このような観点から，次にマクスウェル方程式を調べてみよう。

４．２　マクスウェル方程式

文献[２]に述べられているように，マクスウェル方程式は式(１)のようにベクトル・ポ

テンシャルで表される場合と，ヘヴィサイドが表したように式(２)と表される場合とがある。この違いを伝送線路の観点から見てみよう。

式(１)をよく見てみると，式(1c)は磁場と電場が電信方程式の基本式の一つとなっているが，式(1a)は電場がベクトル・ポテンシャルの関数として表されているのであり，電信方程式の基本式のような組合せになっていない。すなわち，式(１)の組合せの方程式では特性インピーダンスが求められるとは限らない。事実，もし，ベクトル・ポテンシャル A が時間の項を持っていないとすると，電場 E は０となり，それにもかかわらず，式(1c)から静磁場が求まる場合があり，その場合，特性インピーダンスは定義されない。

一方，式(２)の方は式(1b)を利用していて，式(2a)と式(2c)との組み合わせれば，磁場と電場とが電信方程式の電圧波と電流波の組合せと同一になる。しかも磁場と電場との比が実数となるような構成にしてあり，別の表し方をすると，特性インピーダンスが実数となるように構成されている。なお，式(2a)と式(2c)との符号が正負逆になっているが，これは rot は右ネジの方向に関係していて，電場から磁場が右ネジであれば，磁場から電場は逆の左ネジとなっていることを表している。

このように，マクスウェル方程式において，電場と磁場は同相になっていることが文献[７]，[８]に説明されているように，電場と磁場の双方を精密に同調させて振動させることが外部の助けをまったく借りずに空間を伝わる波を発生している。

したがって，ヘヴィサイドが提案した式(２)の組合せを用いれば，電磁波としてエネルギーを遠方に伝えることができることを表し，ヘルツによってそれが確かめられたのである。

このように，電場と磁場との積であるエネルギーが遠方へ伝えられることを表すには，式(２)のように表さねばならない。マクスウェル方程式を式(２)のように表したため，情報を電気信号として遠方に伝送することができ，現在の情報社会へと導いたのではなかろうか。

４．３　アンプなしの増幅

文献[３]によると，ヘヴィサイドの提案した伝送線路に装荷コイルを挿入することは，高速道路上にコブのような邪魔物を作るようなもので，英国郵政省の技師長であった W.Preece に大反対され，英国の電話伝送線路に採用されなかった。このヘヴィサイドの提案による装荷コイルの挿入は，図１に示されるもので，その理論は影像パラメータ理論へと発展していった[９]。

文献[３]には伝送線路にコイルを装荷するということが数学的に適当であることが述べられているが，物理的に説明されているわけではない。私はこの物理的な説明こそがエネルギーの伝送に対するキーポイントであると確信している。また，ヘヴィサイドの貢献については，文献[10]の600ページに次のように述べられている。

『ヘヴィサイド方程式を採用したフェッペル（A.Föppl）の教科書「マクスウェルの電気学入門」によってようやくヘヴィサイド方程式が広められることになった。最後にフェッペルの言葉をその序文から引用しておこう。『私はヘヴィサイドが理論において最も傑出したマクスウェルの後継者であると思う。惜しくも早世したヘルツが実験において疑いもなくマクスウェルの最も傑出した後継者であるように。』

また，文献[10]の604ページには，文献[3]からのメッセージ：『今度長距離電話をかけるとき，大きくはっきりと相手の声を聞くことができたら，これを可能にした，才能がありながら欠陥もあった男（ヘヴィサイド）のことを少しでも思い出してみよう。』を引用している。

ヘヴィサイドはとにかく１世紀も昔の人であり，21世紀に生きるわれわれとしては，ヘヴィサイドの考えをなお一層発展させなければならないだろう。このような観点から，量子力学へ回路理論を応用するための私の考えを次に述べる。

Ⅴ．回路理論の応用への説明

９月26日早朝に，2003年十勝沖地震が発生し，津波が生じた。この津波の発生から10分位で到達する地点に１時間半ほどして最大振幅の津波が襲ったが，これは地形が複雑にからんだ共鳴であると説明された。

津波に関して注目しているのは，津波は波動であるにもかかわらず，教科書に書かれているような「三角関数で表現されるような拡がった現象」ではなく，カタマリのように見え，予測時刻とは異なる時刻に現れ，しかも予想以上に振幅が大きくなり，それが多重反射によって作られる共鳴現象という線形現象で得られることである。

この津波を量子力学の粒子に当てはめれば，量子力学の波動性が根本的に書き換えられる可能性があるように感ぜられる。すなわち，波動の非定常解が重要で，フーリエ解析が適していない波動もあり，また，波動方程式は線形方程式であるにもかかわらず，非線形な現象が生じていることを説明するためには，津波を回路理論で説明することであり，それは回路理論の範疇に入ると確信しているので，その説明を以下に試みる。

５．１　光とマクスウェル方程式

マクスウェル方程式は線形偏微分方程式であり，光はマクスウェル方程式を満足することは周知の事実である。ところで，光の教科書においては，頻繁に平方根（数学記号では√）が用いられているが，線形方程式にどうして平方根が現れるのであろうか。

ここで改めて，マクスウェル方程式を観ると，電界と磁界（物理学では電場と磁場）はそれぞれ線形方程式で記述されるが，電界と磁界をそれぞれ別々に測定することが困難であるから，強度を測定して，その強度で電界と磁界の値を求めるために，平方根が用いられている。すなわち，電界と磁界との積である強度が用いられ，強度は電界と磁界の積であるから，強度は線形条件を満たすわけではないことに気が付く。

５．２　電圧と電流および電力

ところで，電気では電圧と電流という２つの関数が用いられているが，電圧も電流もそれぞれ測定できて，電圧と電流との積である電力も測定が容易である。なお，電圧も電流も線形方程式を満足する。電気では電圧と電流との比を「インピーダンス」と呼び，重要な物理量としている。どうしてインピーダンスが電気で重要なのかというと，「インピーダンス・マッチング」ということが「エネルギーの保存則」に深く関係しているからである。これはエネルギーが電圧と電流との積である電力に関係していて，入力と出力とでは電圧と電流との値は異なっていても，積である電力（もっとくわしくいうと有効電力）が等しければ，エネルギーが保存されることになる。

マクスウェル方程式の電界と磁界とはそれぞれ電気の電圧と電流とに対応していて，光の強度は電力あるいはエネルギーに対応している。したがって，マクスウェル方程式を満たす光において，もしも電界と磁界とが別々に容易に測定できているなら，電気と同様に平方根を用いずに計算できる理論が確立していると考えてもよいであろう。

５．３　シュレディンガー方程式

量子力学は確率の世界であって，古典物理学では破綻した理論と考えられる現象を記述

できる理論構成となっているといわれている。ところで，量子力学で用いられるシュレディンガー方程式は光の現象を記述するマクスウェル方程式と似たところがある。すなわち，量子力学は「確率」を問題にするのであるが，量子力学での計算は確率を直接用いないで，確率を平方した「確率振幅」(量子力学では「波動関数」と呼ぶ) で行われるのであって，確率は光の強度に対応させれば，確率振幅は電界あるいは磁界に対応していると考えられる。

このような対応をつけると，マクスウェル方程式における線形性や共鳴現象におけるエネルギーの伝搬などについて改めて考えておくことが，量子力学をナノテクノロジーに応用するときに役立つと考えられよう。

５．４　マクスウェル方程式の回路理論の応用

マクスウェル方程式は時間項 t と３次元空間の項 x, y, z なる４変数で表される線形偏微分方程式である。マクスウェル方程式の解で共鳴現象は表されるが，共鳴現象は解である波動の多重反射で得られることが知られている。空間的に３次元の空間内での波動の多重反射は空間的に拡がった現象であり，非常に複雑になるので，より簡単な空間的に１次元の現象を考えておくのが得策である。そこで，空間的に１次元のマクスウェル方程式を考えると，それはヘヴィサイドが提案した回路理論ではおなじみの「電信方程式」となる。

電信方程式を用いると，波動のエネルギーに関する伝搬の現象がよく表されていることが理解される。すなわち，電圧と電流の波動でエネルギーが伝わるのであるが，電圧と電流とが同調していて，すなわち電圧と電流との波の位相が同相のとき最大のエネルギーが伝送され，電圧と電流との位相が90°異なるとき，エネルギーは伝送されないことが示される。この位相が90°異なる場合がエバネッセントモードになっているといわれ，光におけるエバネッセント光，量子力学におけるトンネル効果を説明する現象と考えられる。

５．５　対称性の破れに対する回路理論の応用

ところで，マクスウェル方程式は対称性の強い方程式であるが，ガラスなどの物質を用いると共鳴現象を起こすことができる。ある周波数の光あるいは波動だけが共鳴状態になるということは対称性を破っているためと考えられる。物理学では「対称性の自発的な破れ」は，それによって多様な物質が形成されるとして，重要な研究課題である。

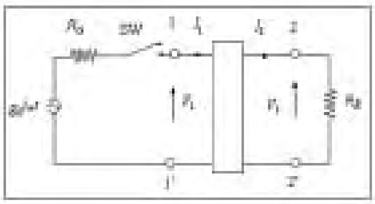

図２　電源と負荷の間に回路としてのブラックボックスを接続いた一般的な回路
Fig.2 Circuit representation containing a generator, a black box as a circuit and a load.

回路理論の一般的な動作を説明する図は図２に示すものである。すなわち，回路は信号やエネルギーを伝える媒体を「ブラックボックス」とし，信号を送り出す「入力源」と，その信号に対して周波数特性をブラックボックスで付加されたものを受け取る「負荷」とが三位一体となって望まれる特性を実現するものと考えることができる。その例として，ブラックボックスの媒体がマクスウェル方程式を満たすとしたとき，入力源や負荷がマクスウェル方程式の対称性を人工的に破る役割をしているものと考えられる。

量子現象には「トンネル効果」や「量子ゆらぎ」という対称性を破ると考えられる現象がある。これらの現象を回路理論のもつ対称性の破れで説明する試みをするために，マク

スウェル方程式を解き，その解を用いて共鳴現象および固有値問題を考えよう。

Ⅵ．マクスウェル方程式の解法

６．１　z 変換法による解法

マクスウェル方程式から波動方程式が導かれ，物理学の教科書では波動方程式をダランベールの解法で解いていて，時間項を主として三角関数で表現している。一方，マイクロ波回路の教科書では，時間項を exp（$j\omega t$）(マイクロ波回路の理論では虚数単位を i ではなく j を用いて表し，ωは角周波数を表す）という複素数で表現している。

この物理学とマイクロ波回路との表現の違いが，「ボタンのかけ違い」となって，量子力学の理論を構築することになったと考えられるので，まずマクスウェル方程式と同等の方程式であり，電圧と電流という２つの関数で表される電信方程式の解法から考えてみる。

入力源を除いた無損失の電信方程式は，次のように表される。

$$-\frac{\partial}{\partial x}v(x,t)=L\frac{\partial}{\partial t}i(x,t) \tag{22a}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}i(x,t)=C\frac{\partial}{\partial t}v(x,t) \tag{22b}$$

入力源から媒体に信号あるいは波動が入力されると，直ちに微分方程式の境界条件を満たす状態（回路理論では定常状態と呼ぶ）になるわけではなく，過渡状態（別の言い方をすると非定常状態）になる。この過渡状態を表現するにはラプラス変換が用いられる。そこで，式(22)にラプラス変換を行うと，次の空間１次元の微分方程式に書き換えられる。

$$-\frac{d}{dx}V(x)=sLI(x) \tag{23a}$$

$$-\frac{d}{dx}I(x)=sCV(x) \tag{23b}$$

上の式から，V(x)もI(x)も次の波動方程式を満たす。

$$\frac{d^2}{dx^2}V(x)=s^2LCV(x) \tag{24a}$$

$$\frac{d^2}{dx^2}I(x)=s^2LCI(x) \tag{24b}$$

上式に対しては，伝搬定数γが次のように求まる。

$$\gamma=s\sqrt{LC}=su^{-1} \tag{25}$$

ここに，uは信号の伝搬速度を表す。

式(25)を用い，積分定数およびを用いると，式(24)は次のように表される。

$$V(x)=K_1\exp(-su^{-1}x)+K_2\exp(su^{-1}x) \tag{26a}$$

$$I(x)=\frac{K_1}{K_0}\exp(-su^{-1}x)+\frac{K_2}{K_0}\exp(su^{-1}x) \tag{26b}$$

ここに，$K_0=\sqrt{\frac{L}{C}}$ と表され，特性インピーダンスと呼ばれる。

ところで，uは伝搬速度を表すから，xu^{-1}は距離 x を波動が進むのに必要な時間 T を表す。したがって，式(26)には exp($-sT$) が現れていて，信号処理分野ではそれを「遅れ素子」と呼び，信号の過渡的な伝わり方を表す。この解析手法を z 変換法という。

この解析を続けると，信号の多重反射が求まり，多重反射を繰り返した後に定常状態となる様子が表現される。

６．２　変数分離法による解法

マクスウェル方程式を解くことに戻って，式(22)から定常状態の解を求めておこう。定常状態では式(22)は変数分離できて次のように表される。

$$v(x,t)=\exp(j\omega t)V(x) \tag{27a}$$

$$i(x,t)=\exp(j\omega t)I(x) \tag{27b}$$

ここで注意すべき点は，時間項を exp($j\omega t$) で表すことで，これを三角関数で表すとすると，角周波数が ω の波と同時に－ω の波が

入っていることになる。回路理論では角周波数ωのみの波が伝搬するという扱いをするため，波の伝搬には三角関数は用いない。

その結果，マクスウェル方程式は，次のように表される。

$$V(x)=K_1\exp(-\gamma x)+K_2\exp(\gamma x) \tag{28a}$$

$$I(x)=\frac{K_1}{Z_0}\exp(-\gamma x)-\frac{K_2}{Z_0}\exp(\gamma x) \tag{28b}$$

ここに

$$\gamma=j\omega\sqrt{LC}=j\beta \tag{28c}$$

$$Z_0=\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{28d}$$

上に求めた波動関数により，量子現象特有と考えられる「トンネル効果」を古典物理系の回路理論で説明できるので，次にそれを考えよう。

６．３　トンネル効果

現在での微細加工上の最大の問題点は，絶縁膜の薄膜化であり，そのトンネル電流の増大を極力小さくすることである。このように，絶縁薄膜という古典力学系の中にトンネル効果という量子現象が現れるのはどうしてであろうか。

このトンネル効果は式(22)のマクスウェル方程式において，係数の L と C の符号が正と負とになるときに生じる。その場合，式(28c)の γ は実数 α になり，式 (28d) のZoは純虚数となる。Zoが純虚数となることは，V と I との位相が90°異なることを示し，有効電力が伝搬しないことを意味する。これはその媒体には V と I との波がまったく入らないわけではなく，媒体に入った波の振幅が厚さに比例して指数関数的に小さくなることを意味する。その媒体の厚さが十分に大きければ振幅が０になるが，薄膜のように極めて薄ければその媒体を突き抜けても振幅は０になるわけではない。その結果，エネルギーがその絶縁体を突き抜けることになる。したがって，トンネル効果は電圧と電流という２つの関数の積でエネルギーが伝送される古典物理学の世界で普通に生じる現象であることが，マクスウェル方程式の係数の符号を考えることにより示されたことになる。

Ⅶ. 対称性の破れとエネルギーの問題

マクスウェル方程式および無損失の電信方程式は対称性の強い方程式であるが，回路理論では上の方程式の伝送線路をブラックボックスに用いて，電源側の入力抵抗および負荷抵抗をその伝送線路の特性インピーダンスとは異なる値にすることにより，人工的に対称性の破りを作り，それを利用してある周波数のみが共鳴する回路を得ている。

また，線形なマクスウェル方程式を用いると，非線形な現象が現れるが，これは波動のエネルギーに関係すると思われる。その説明のために，まず，波動の電力から考察を進めよう。

７．１　波動の複素電力

式(22)において，係数の L も C も正のときの波動関数は次のように表され，V と I との位相は同相（同調していて）であり，エネルギーが伝搬する次の式が得られる。

$$V(x)=K_1\exp(-j\beta x)+K_2\exp(j\beta x) \tag{29a}$$

$$I(x)=\frac{K_1}{Z_0}\exp(-j\beta x)-\frac{K_2}{Z_0}\exp(j\beta x) \tag{29b}$$

波動に対するエネルギーは電気での電力を考えることになる。電力は電圧と電流との積で求められるが，電圧と電流との位相の違いで平均電力の値が変わる。平均電力は積分で求まるものであるから，定常状態で定義されるもので，次のような電力が定義される。

複素電力：　$V^*(x)I(x)$　　(30a)

皮相電力：　$|V(x)||I(x)|$　　(30b)

有効電力：　$\mathrm{Re}[V^{*}(x)I(x)]$　　　　(30c)

無効電力：　$\mathrm{Im}[V^{*}(x)I(x)]$　　　　(30d)

ここに $V^{*}(x)$ は $V(x)$ の共役複素数を表し，Re[ ]は実数部を，Im[ ]は虚数部を表す。

上の電力の中で実際のエネルギーを与えるのは有効電力である。そこで，式(29)の位置xにおける有効電力を求めると

$$\mathrm{Re}\left[V^{*}(x)I(x)\right]=\frac{|V_{+}|^{2}}{R_{0}}-\frac{|V_{-}|^{2}}{R_{0}} \tag{31}$$

と求まり，位置xに無関係な定数である。したがって，式(29)に対しては，位置によって電圧や電流の値は異なるが，どの位置においても，定常状態では一定のエネルギーが蓄えられていると考えることができる。

このように，エネルギーを考えるときは，過渡状態ではなく，定常状態で考える。

７.２　最大有能電力と共鳴現象

エネルギーを伝送することを用いた回路を図３に示す。

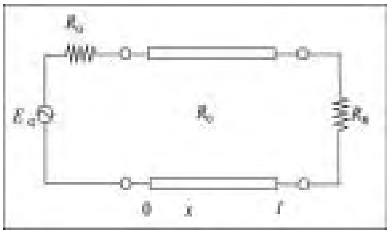

図3　単位素子を回路素子として用いた回路
Fig.3　A circuit using a unit element

集中定数回路では，LC 共振を用いてフィルタなどの信号処理回路が構成されていると考えられる。それに対して，伝送線路を回路素子とする分布定数回路などでは，入力電力を処理することを利用して信号の処理をするために，入力電源と負荷が重要となる。

図３に示す回路の電源は，電圧 E_G と内部抵抗 R_G を持つ電圧源である。この電圧源に対しては，負荷として抵抗 R_G を用いたとき最大の消費電力を負荷に供給できる。そのため，そのときの電力を最大有能電力を呼び，次式で与えられる電力である。

最大有能電力：$\dfrac{|E|^{2}}{4R_{G}}$　　　　(32)

図３におけるブラックボックスには，式(29)を満足する伝送線路を用い，その長さは ℓ とし，それを単位素子と呼ぶ。回路理論においては縦続行列が重要であり，単位素子の縦続行列は次式のように表される。

$$\begin{pmatrix} V_G \\ I_G \end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{1-\lambda^{2}}}\begin{pmatrix} 1 & \lambda R_0 \\ \dfrac{\lambda}{R_0} & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_R \\ I_R \end{pmatrix} \tag{33a}$$

ここに，λはリチャーズの変数と呼ばれ，次のように表される純虚数である。ただし，信号処理で用いられる z 変換の z^{-1} に合わせているので，次式のように表す。

$$\lambda=\tanh j\beta\ell=\tanh\frac{sT}{2}=j\tan\frac{\theta}{2} \tag{33b}$$

ここでは，図３に示す回路において，負荷抵抗 R_R への電力の伝達特性を求めることをまず考えよう。

単位素子上の各点 x における電圧および電流は異なる値であり，定在波が存在することになっているが，有効電力は式(31)の関係で示されるように一定値になっている。したがって，図３の回路の単位素子上のどの点の有効電力を求めても，その値が電力の伝達係数となっている。そこで，電源端すなわち $x=0$ における電圧と電流を求めれば，電力の伝達係数を求めることができる。そこで，式(33a)の縦続行列を用いてそれらを求めよう。

まず，電源端から右を見た入力インピーダンスが簡単に求まる。すなわち，その入力インピーダンス Z_{in} は V_G/I_G であり，負荷のインピーダンスは抵抗 R_R であるから，式(33)を用いて，次のように表される。

$$\frac{V_R}{I_R}=R_R \tag{34a}$$

$$\frac{V_G}{I_G}=Z_{in}=\frac{R_R+\lambda R_0}{\dfrac{\lambda}{R_0}R_R+1} \tag{34b}$$

ところで，電圧源の内部インピーダンスが抵抗 R_G であるから，式(34b) で与えられる入力インピーダンス Z_{in} が R_G に等しいならば，定常状態でインピーダンス整合して反射が０になる。式(34b) の入力インピーダンスが実数で表される抵抗になるためには，リチャーズ変数λが実数と見なせる０と∞の場合であり，そのときの抵抗値の関係は次のように求まる。

(1) $\lambda=0$ ， $\theta/2=n\pi$ ($n=0,1,2,\ldots$)：

$$R_G = R_R \tag{35a}$$

(2) $\lambda=\infty$， $\theta/2=\pi/2+n\pi$ ($n=0,1,2,\ldots$)：

$$R_G R_R = R_0^2 \tag{35b}$$

また，式(34b) の分母と分子の実数部と虚数部の比の等しいときも反射が０となり，そのときの抵抗値の関係は次のように与えられる。

$$R_0 = R_R = R_G \tag{35c}$$

式(35c) の場合は使用するインピーダンスがすべて等しい抵抗値を用いているので，無損失電信方程式の対称性を破らないから，整合しているという当然のことを示している。すなわち，式(35c)を満足する場合は，信号は反射なしに負荷に伝送される。

ここで，次の共鳴している場合に，特にエネルギーあるいは有効電力について考察しよう。

$$R_G = R_R < R_0 \tag{36a}$$

$$\theta/2 = \pi \tag{36b}$$

電圧源の電圧：E (36c)

電源から負荷に供給できる最大有能電力は，式(32)により次のように与えられる。

$$\frac{|E|^2}{4R_G} \tag{36d}$$

電源のエネルギーを伝送する線路の特性抵抗は R_0 で，それは R_G より大きいために，反射なしに $E/2$ の電圧波を伝えることのできる有効電力は $|E|^2/4R_0$ となるので，式(36d)よりも小さな有効電力しか伝えることができない。そのため，入射電圧 K_a および反射電圧 K_b を必要とし，式(31)から次の関係を得る。

$$\frac{|K_a|^2}{R_0} - \frac{|K_b|^2}{R_0} = \frac{|E|^2}{4R_G} \tag{37}$$

ここで，入射電圧 K_a および反射電圧 K_b の値を求めてみよう。反射係数と抵抗の値との関係から，次式を得る。

$$\frac{K_b}{K_a} = \frac{R_0 - R_G}{R_0 + R_G} \tag{38}$$

電源との入力ポートにおいてインピーダンス整合しているから，次式を得る。

$$\frac{E}{2} = K_a + K_b \tag{39a}$$

$$\frac{E}{2R_G} = \frac{K_a - K_b}{R_0} \tag{39b}$$

式(38)および(39)を式(37)に代入して，入射電圧 K_a および反射電圧 K_b が次のように求まる。

$$K_a = \frac{R_0 + R_G}{2R_G} \times \frac{E}{2} \tag{40a}$$

$$K_b = \frac{R_0 - R_G}{2R_G} \times \frac{E}{2} \tag{40b}$$

式(40a)から，入射電圧 K_a はE/2より大きい。したがって，単位素子に多重にエネルギーが供給されることを意味している。その入射電圧 K_a の有効電力は，次のように求まる。

$$\frac{(R_0 + R_G)^2}{4R_G R_0} \times \frac{|E|^2}{4R_G} \tag{41a}$$

上の有効電力は式(36d)で与えられる電源から負荷に供給できる最大有能電力よりも大きいことに注意しよう。また，反射電圧 K_b の有効電力も次のように求まる。

$$\frac{(R_0 - R_G)^2}{4R_G R_0} \times \frac{|E|^2}{4R_G} \tag{41b}$$

図３に示す回路の単位素子には式(41a)および(41b)の二つのエネルギーが蓄えられていて，そのエネルギーのおかげで定常状態のとき，電源の最大有能電力が負荷に供給されていることを表している。

このように，電源の内部抵抗および負荷抵抗が単位素子の特性抵抗と異なる値となると，

対称性を破っていて，波は反射・透過を繰り返し，定常状態となったときに共鳴する場合があり，そのとき電源の最大有能電力が負荷に供給されることになる。したがって，共鳴は定常状態のときにインピーダンス整合していることを表すことに注意しよう。

７．３　固有値問題

このように，波動の電力すなわちエネルギーを考えるときは，過渡状態ではなく，定常状態で考える。ところで，量子力学でも「定常状態」という用語が用いられているが，量子力学での使い方と回路理論での使い方の違いがあり，量子力学の使い方では「ボタンのかけ違い」になる可能性の高いので，特に注意しておく。

量子力学では次のような使い方をする。「定常状態にいる電子からは輻射（光，電磁波）は生じない。」この現象は固有振動になっていることを回路理論では表している。すなわち，量子力学での定常状態は回路理論では固有値問題を表していて，回路理論での固有値問題は波動のエネルギーとして特異な現象であること示そう。

図４には抵抗を使用しないで，電圧源および単位素子とスイッチが用いられている回路を表している。

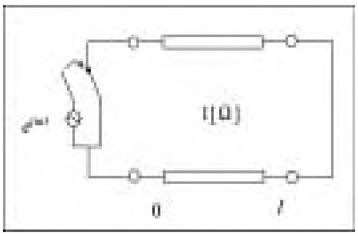

図４　固有関数を考える回路
Fig.4　A circuit for considering eigenfunction

図４に示す無損失回路においては，電源の内部抵抗が０なので，その最大有能電力は∞となる。また，その単位素子の線路長が半波長になる周波数の入力波に対して，電圧の振幅が時間の経過と共に増大するし，最大有能電力が∞であるから，定常状態では無限大になるもので，集中定数回路で得られる固有振動とは異なる固有値問題であることを示している。すなわち，単位素子を用いた回路の固有値問題には種になる入力波が必要である。また，固有値以外の周波数の波を入力すると，単位素子内の電圧の振幅が定常状態で必ずしも０になるとはいえないことを示している。

このように，固有周波数でない波動を単位素子のみの無損失回路に入力すると回路内には固有周波数以外のエネルギーがあるために，ときどき固有周波数が現れるように表され，量子力学ではこれをエンタングルメントと名付けているように思われる。

ここで，固有値問題における電圧と電流との関係を求めておこう。単位素子の電圧および電流は次のように表される。

$$V(x)=K_a e^{-j\beta x}+K_b e^{j\beta x} \tag{42a}$$

$$I(x)=\frac{K_a}{R_0}e^{-j\beta x}-\frac{K_b}{R_0}e^{j\beta x} \tag{42b}$$

この固有値問題は，入力が給電され続けると無限大の振幅となるので，ある程度入力されたところでスイッチを切り換える必要があり，図４にはスイッチが含まれている。そこで，入力と出力の条件を考えながら固有値問題を考えよう。

空間的に１次元の媒質が固有振動をしている場合は，媒質に対する境界条件が短絡や開放になったときであり，図４に示す回路で電源の電圧が０になったときの境界条件は次のように与えられる。

$$x=0\quad x=l\text{で}\quad V(x)=0 \tag{43}$$

この境界条件を式(42a)に代入して，次式の関係を得る。

$$K_a=-K_b \tag{44a}$$

$$-2jK_a\sin\beta l=0 \tag{44b}$$

したがって，次の関係が得られる。

$$\beta l\ =\ n\pi \tag{44c}$$

この場合，電圧と電流は次のようになっている。

$$V(x) = -2jK_1 \sin \beta x \tag{45a}$$

$$I(x) = \frac{2K_1}{R_0} \cos \beta x \tag{45b}$$

この固有値問題に対して，次のような疑問をもつことがなかったであろうか。すなわち，固有値以外の振動ではどの位置の振幅も０になり，エネルギーを持つことができないのに，固有値の振動はエネルギーをもち，周波数がチョッと変わっただけで，エネルギーが突然変わるように見えることである。

この疑問に答えるために，実際のエネルギーを表す有効電力を求めると，式(45)の関係から電圧と電流との位相差が90°となっていて，有効電力は０になっている。したがって，固有振動は振幅が０ではないので，確かにエネルギーを持っているけれども，そのときの有効電力が０になっているので，エネルギーが固有振動している空間内に閉じ込められている。すなわち，固有振動していてもそのエネルギーは単位素子内にとじ込められていて，外部には全く影響を与えないから，外部では固有値以外の振動と同じくエネルギーの影響はない。

ところが，なにかの刺激が与えられて固有振動の位相がずれると，有効電力部分が現われ，その結果エネルギーが現われることになり，量子力学での量子ゆらぎの説明になると考えられる。

Ⅷ．むすび

ヘヴィサイドの通信工学での最も有効な発明は，無ひずみ線路の数学的な解を求めたことで，明瞭な通話ができる電話伝送の基を築いた。また，無ひずみ線路の実現のため，コイルを装荷するという伝送線路にコブを入れることをヘヴィサイドは提案している。

このコブを入れて無ひずみ線路にするという考えを，著者は定常状態での最大のエネルギーを伝送する条件と解釈することにより，波動の伝送に関して新しい理論を構築することを考えている。すなわち，電圧と電流（あるいは電場と磁場）という２つの関数が定義される波動を扱う空間を考えると，電圧および電流は線形方程式を満足するが，電圧と電流との積である「電力」あるいはエネルギーは線形な現象ではない空間である。また，エネルギーは電圧と電流との位相差に関係した有効電力に関係するため，固有値問題あるいは固有振動に関して極めて特異な現象となることが示された。

このように波動のエネルギーは非線形な現象であることを量子力学に応用すると，量子力学の不思議な現象を古典物理学で説明できる可能性が出てくる。事の始まりは，ファインマンの文献[11]に述べられている光のふしぎな性質を，回路理論で説明できるのではないかという試みから始めた。そのきっかけとなったものは，ファインマンはこの光のふしぎな性質は量子電磁力学で解決されたけれども，「科学の偉大な進歩はどうしてそうなるかという疑問には答えていない」と述べていたからである。

とにかく，古典物理学の回路理論で説明できることをいくつか考えてきた。その中には，量子力学で用いられるシュレディンガー方程式をマクスウェル方程式の拡張と見て，シュレディンガー方程式を満たす波動関数を電場あるいは磁場を表すものとする「異端の科学」的考察を行ったものもある。その考え方は，文献[12]の204ページに述べられているように，『シュレディンガー自身もシュレディンガー方程式をマックス・ボルンが電子の位置を示す“確率の波”を表すと述べたことに対し，「こんな論争に巻き込まれるのならば，波動方程式など発見しなかった！」と最後まで反対した』ことに私は強烈な共感を感じて

いる。また，アインシュタインは，ボーアらの現在の量子力学の解釈に反対し，理論の完成の鍵を握る“何か”を神がまだ隠しているからだと考えていて，文献[13]には次のように書かれている。

『それでもアインシュタインは，物理学の発展は現在の道からやがてそれていくと，確信していたのである。将来，誰かが神の手中に隠された“何か”ー量子力学から確率的解釈を消し去る物理的根拠ーを見つけ出してくれると信じていたからである。』

本文のような考えが，上記の物理的根拠の一つにならないであろうか。

以上のように，電圧と電流という２つの関数が与えられて，有効なエネルギーが有効電力で与えられる空間を考えれば，ヒルベルト空間とは異なる数学ができるように考えられ，量子力学に特に有効な理論と考えられるが，いかがなものであろうか。

［参考文献］

(1) 外村彰：ゲージ場を見る，講談社（ブルーバックス），1997

(2) 外村彰：電磁気に見るゲージ原理，数理科学(特集ゲージ場理論の新展開)，1997年２月，pp.47-55

(3) P. J .Nahin : Oliver Heaviside: genius and curmudgeon, IEEE Spectrum, vol.20, no.7, pp.63-69, July 1983

(4) 武部幹：回路の応答，(ｐ.141)　コロナ社，1981

(5) 岸源也：通信伝送，コロナ社，1961

(6) 羽鳥孝三：基礎電気回路（１），コロナ社，1983

(7) 虫明康人：電気通信Ⅱ―無線編―，朝倉書店，1967.

(8) ミチオ・カク，ジェニファー・トンプソン(久志本克巳訳）：アインシュタインを超える，ブルーバックス　B-1164, 講談社　1997

(9) DARLINGTON MEMORIAL ISSUE, IEEE Trans. Circuits Syst. I: Fundamental Theory Appl., Vol. 46, No.1, Jan. 1999

(10) 太田浩一：電磁気学ⅠおよびⅡ，丸善，2000

(11) R.P.ファインマン著（釜江常好，大貫昌子訳）：光と物質のふしぎな理論　ー私の量子電磁力学ー，岩波書店，1987.

(12) 松田卓也，木下篤哉：相対論の正しい間違え方，丸善株式会社，2001

(13) 小山慶太：アインシュタインと神のサイコロ遊び，p.215，　講談社学術文庫，1997

[Abstract]

A Feature of the Maxwell Equation on Viewing from Circuit Theory: What Oliver Heaviside Found

Nobuo NAGAI

Oliver Heaviside's most influential discovery was the mathematical solution for the distortionless line. He suggested the use of inductive loading coils to achieve the mathematical condition for this line. William Preece, chief engineer of the British Post Office, said of inductive loading that "it would be like making humps on a road to increase the speed of vehicles," and he rejected Heaviside's theoretical work on telephony. The mathematical condition for the distortionless line was achieved by inphase voltage with current, and it coincides with the condition of transmitting the maximum power in a steady state. In applying the idea of inphase voltage with current, Heaviside revised Maxwell's equations as represented by electric and magnetic fields. Heaviside defined "impedance" for the ratio of electric and magnetic fields, and showed that the product of the two fields defined electric power or energy. In this paper, we apply the Schrödinger Equation as presented by two wave equations, and define the product of the two equations as energy. We also consider resonance and eigenvalue oscillation viewed from the energy, and obtain features different from those obtained with quantum mechanics.

Key words: revision of the Maxwell equation by O. Heaviside, transmission of wave energy, Maximum available power and resonance, eigenvalue problem and phase difference 90°