

「九九」の拡がり

安藤 毅

目 次

1. はじめに
2. 日本の算制
3. 中国・日本の「九九」
4. 万葉集の「九九」
5. 「九九」から出た言葉
6. 日本中世の「九九」
7. 西方古代の算法
8. インド記数法
9. ヨーロッパの算術書
10. ヨーロッパの学校
11. 江戸時代の学校
12. 明治以後の「九九」
13. むすび

1. はじめに

本稿は、「九九」に関して書かれているものを集め、かつ少し詳しく原典に当たり、筋の通った形に再構成したものである。したがって、「研究」と呼ばれる種類のものではない。

このようなものを書くのは、私としては「空前絶後」の経験であるが、北星学園大学に奉職していた証(あかし)として、敢えて掲載させて頂くことにした。

この大学に奉職中に、「講読演習」の授業で、数年にわたり

内山政夫、『数の民族誌』 八坂書店 1999

郡司正勝、『和数考』 白水社 1997

鈴木修次、『数の文学』 東京書籍 1983

田坂 昂、『数の文化史を歩く』 風濤社 1993

をテキストに使用して、学生たちと一緒に読んだことがある。

学生たちがどのような印象を持ったかは明らかではないが、私は啓発されることが多く、本稿を草するのにも役立った。

また、前任の山元周行先生の後を受けて、5年間、北海道算数・数学教育会の会長として、小中高校での算数数学教育に関係したことも、このような題材を取り上げた理由の一つである。

「九九」と言えば、年輩者には小学校での算数のノスタルジアがあり

「分数計算が出来ない大学生が少なくない」

などと、学生の数学の学力の低下が問題になっている今日でも、「九九」だけは誰でもが完全に身につけていると信じて疑わない最後の砦である。

「読み、書き、ソロバン」の言葉に象徴されるように、昔から「ソロバン」は日本の民衆に必須な教養の一つで、(掛け算)「九九」はそのソロバンを成り立たせる基になっていた。

また現在でも、「九九」は小学校算数の基礎課題であることに変わりはない。

しかし『平成サラリーマン川柳傑作選』(講談社 2001)の中に

「九九よりも先に覚えたポケモン名」

が見られるように、「九九」を覚えるのは、小学生にとってはかなりの大仕事ではある。(小学生を勇気づけるために言うと、「九九」は 81 個覚えればよいのに反して、ポケモンは日に日に

新しい名前の物が生まれて来るのである！)

日本語は「九九」が暗記しやすい構造になっているが、これは中国語や韓国語でも同様である。

毎年の予算案が成立すると、すぐに語呂合わせの標語ができるように、「九九」に関する語呂合わせも、万葉の昔から、多数ある。

例えば、テレビのクイズ番組での択一式の即答を求めるクイズで、

「東西南北で九九に関係があるのはどれか」

などというものもある。(これは西(二四)が正解)

日本では、かなり以前から「九九」が、庶民の間で常識になっていたことは、室町時代の浄土真宗で、抑揚をつけた説教のためのテキスト『普通唱導集』の中に

「九九の乗除、滞り無くして、悉く心に浮かぶ
一一の推条、違わずして、掌を指すごとし」

が見られるし、江戸初期の俳諧『犬子集』(寛永十年、1633)の中には

「はやをしへなん九々の算用
あき人は二八十六の子を持て」

が見られる。

ヨーロッパにおいても、この「掛け算表」が、日常の教養の基礎になっていたことに変わりはない。

ドイツ語では「掛け算表」は "Einmaleins" (日本流に言えば「九九」でなく「一一」となるが)と言われているが、辞書にはその比喩的な用例として

"Das gehört zum Einmaleins des Politikers."
(それは政治家としてのイロハだ)

などが載っている。

また英語では、そのまま「掛け算表」(multiplication table)と呼ばれている。1858年

に出版され、明治時代に『西国立志編』と訳出された Samuel Smiles の "Self-Help" (復刻版(中村正直訳)講談社学術文庫 1981)には

"An eminent writer published a book in which he described his numerous failures in business, naively admitting, at the same time, that he was ignorant of the multiplication table ..."

(近來有名な著述家、一書を発行せしが、その中に、己の功名の路につまずきは「九九」(ソロバン)の数を知らざるによりけりと、みずからの短所を認めけり…)

などが見られる。

1998年1月の新聞報道によれば、英国では、暗算力向上を目指して、教室から電卓の追放に乗り出した教育省の閣外相(副大臣)が、新聞記者団とのインタビューで、児童は一日最低一時間「九九」などの基本的な算数の練習を行うべきだ、との自説を展開した。

ある記者から「八掛ける七」の答えを尋ねられて、そうした質問を受けると思っていた、と余裕を示しながら、堂々と「五十四」と回答し、失態を演じたなどある。

「九九」がいつ頃から、どの程度に民衆の常識となっていたかということ、日本と外国とを対比しながら調べて行くのが本稿の目的である。

「九九」の拡がりを書くのなら、「ソロバン」の発達について述べないのは、片手落ちであるが、紙数の関係で割愛せざるをえない。

対象が算術の「九九」であるから、高等な数学に関することは一切現れないし、大数学者たちも全く登場しない。また、日本の数学に関しても、「和算」については一切触れない。

本稿を書くために、北海道教育大学、藤女子大学、札幌大学及び東京理科大学の所蔵する幾つかの資料を閲覧させて頂いた。

本学 浅岡雅子教授 には俳諧の読み順について御教示頂き、また作家 冬村勇陽氏 には「延喜式祝詞」の中に「九九」に関係した表現があるかどうか調べて頂いた。

北海道教育大学 大久保和義教授 からは、明治以後の小学校の算数教育に関して、いろいろ御指摘を頂いた。

ここに合わせて感謝の意を表する。

2. 日本の算制

日本の古代の数の数え方、計算法がどんなものであったかは明らかではないが、「ひ、ふ、み、・・・」という、中国伝来のと異なる数え方が現在でも存在し、「もも(=百)、ち(=千)、よろず(=万)」といった単位を表す言葉も残っていることから、独自のものがあつたと思われる。

しかし、わが国の「数学」はつねに他国からの移入の上に成り立っていた。第一回目は、奈良時代(710-)の少し前に、中国から朝鮮半島を経てもたらされた。

これは、朝廷が律令制度を定め、収税、壮丁の徴募、建造物の造営などを行うのに役立つことになった。

第二回目は、江戸時代(1600-)の少し前で、今度も中国からである。丁度「ソロバン」の移入の頃で、ようやく盛んになった商業の発達に応じ、庶民階級へ浸透した。また理論的数学である「和算」を起こした。

第三回目は、明治維新(1867)の直前で、今度は西洋からである。最初は、国防の要請などから消極的な受け入れであつたが、明治政府は数学、そして科学一般に関して、中国流から西洋流への大胆なパラダイム変換を行った。

日本書紀によれば、欽明天皇の十五年(554)に朝鮮から暦博士、易博士、薬博士が来朝し、推古天皇の十年(602)百濟から、暦、天文地理、遁甲の書がもたらされたとある。

同時代のヨーロッパはと言えば、553年に東ローマ帝国が東ゴート族を滅ぼし、マホメットの

ヘジラ(遁走)が622年である。

「算」の移入も、日本書記に特別な記載がないが、この頃と思われる。そして、算書だけでなく、優れた計算用具である「算木」も同時にもたらされたのであろう。

孝徳天皇大化二年(646)の改新の詔の中の郡司の条では

「強(こわ)く幹(つよ)く聡敏にして

書算に工(たく)みなる者を主政主帳とせよ」

とあり、また軍団の条には

「主帳者は書算に工(たく)みなる者をもってせよ」

とある。

ここで、主政は班田を、主帳は税庸を司る役人のことである。

また、元正天皇養老二年(718)に発布された養老令で、諸官制を定めているが、その中で、大学寮、陰陽寮をおき、各技術を専らにする役人の養成の制度を決めている。

算に関しては、

「算術を教ゆるを掌る」

として「算博士」二人を置いている。その下で「算生」三十人が学ぶことになっており、試験のための中国伝来の教科書も定められている。

博士には

「業術の優長なるものを取る」

という建前であつたが、算博士は従七位勲十等の位地で、かなり低く、陰陽寮に属した暦博士とは同等であるが、医博士、陰陽博士、天文博士より一等低いものであつた。

算生は主計寮、主税寮、太宰府において班田税庸の事務に従う役人、および「算師」と呼ばれた下級の役人に採用された。

しかし、大学(寮)を卒業した人に与えられる官位は、貴族の子弟に与えられる官位よりもずっと低かった。貴族の子弟は家庭教師から、算法を含む教養を学んだ。

算博士、算生の制度は、途中助教と思われる「算得業生」二名の定員が加えられたが、本質的な変更を加えられることなく、室町時代まで及んだ。

室町時代には、算博士は、三善氏および小槻氏の世襲となり、沈滞してしまった。

その間、算博士は、中国から渡来した教科書を祖述するだけで、一人として日本の実状に即した教科書を著さなかったし、算学そのものを発展させる業績も皆無であった。

結局、中国から伝来した数学は、日本にとっては程度が高すぎて、実用的な部分しか消化されなかった。

鎌倉時代以降には、庄園制度に関連して、地主や領主に対しての申し立て事に、しばしば面倒な計算を要したのか、絵師、算作、機織などと同じように一種の職業人として「計算を請け負う人」がいた。それらの人を「算置」と呼び、仕事場を「算所」といった。

しかし、算置はドイツの「計算親方」(マイスター)のようなものではなく、大変わびしい職業だったようである。

或る算置の詠んだ歌として

「眺むれば、月のただちは、人しらず
みちかけするも、我ぞ定むる」

というのが知られているが、これは「美しい月を見て歌をよむ人は、われわれが計算して、月の満ち欠けを定めている苦心を知るまい」という意味で、また

「こし程に、かりやのうちに、身をおける
算所の者の、恨めしのよや」

がある。これは「小さな奥ほどの仮小屋で、訪れる人を待つ算置には、この花の夜はうらめしい」といった恨み節である。

この項は、藤原松三郎『日本数学史要』、加

藤平左エ門『日本数学史 上』、澤田吾一『日本数学史講話』などを参考にした。

3. 中国・日本の「九九」

中国では、「九九」は伝説上の帝王 伏羲 が作ったという言い伝えがあるほど、古くから知られており、

「矩(のり)は九九八十一より出る」

とか

「乗除の法は、九九を明らかにせよ」

という文があるように、「九九」は算法の基礎として広く行われていた。

「九九」という言葉は、当時の実用算術の代名詞としても使われ、「九九合数」とも「九九口訣」などとも呼ばれていた。

上の文章にもあるように、「九九の表」は「九九八十一」に始まり、「二二如四」(ここで「如」は日本語の「が」に当たる)に終わるもので、現在のわれわれの「九九の表」とは逆順のものであった。

また、小さい方に大きい方を掛けるもので、「一九如九」や「一八如八」のような一の段を欠いた、三十六句より成っていた。

このことは、敦煌より出土した木簡からも確かめられるし、3世紀頃の算書『孫子算経』の記述からも推測される。

なぜ、下の方からでなく、難しい上の方から「九九」が始まっていたのかは解らないが、支配階級が「算」の秘密を庶民から遠ざけておくためだった、という説もある。

前 8-5世紀の春秋時代の書『韓詩外伝』には、次の文が見られる。

「齊の桓公は庭にかがり火を設け、謁見にいたろうとする者の便宜をはかった。だが一年たっても士人はだれも来ない。このとき東野の鄙人に、「九九」によって謁見する者があった。桓公はこの者に「九九」を戯に行わせていった。「九九」はそれだ

けで謁見するに足る業か？と。鄙人はいった。…「九九」はつまらない業ですが、しかし君主が「九九」を知る者でさなお礼遇すれば、ましてや「九九」より優れたことを知る者にはなおさらでしょう…と。桓公は善といて、この者を礼遇した。すると一月して、四方から士人が相導いてやって来た。」

この故事から、春秋時代には、生産実践と結びついた乗除算法はすでに常識になっていたことが推測される。

古代中国の百科事典ともいべき『淮南子』は、五行の哲学に基づいて、数に満ち満ちているが、その中から、まるで「九九」を唱えているような例を挙げてみよう。

「凡そ人民禽獸、萬物貞虫、各々以て生ずる有り。或は奇、或は偶、或は飛び、或は走り、その情を知るもの莫し。唯だ知の、道に通ずる者のみ、能く之を原本す。

天は一、地は二、人は三。三三にして九。九九八十一。一は日を主(つかさど)る。人故に十月にして生る。八九七十二。二は偶を主る。偶は以て奇を承けて辰を主り、辰は月を主り、月は馬を主る。馬は故に十二月にして生る。

七九六十三。三は斗を主り、斗は犬を主る。犬は故に三月にして生る。六九五十四。四は時を主り、時はてい(豚)を主る。てい(豚)は故に四月にして生る。

五九四十五。五は音を主り、音は猿を主る。猿は故に五月にして生る。四九三十六。六は律を主り、律はび鹿を主る。び鹿は故に六月にして生る。

三九二十七。七は星を主り、星は虎を主る。虎は故に七月にして生る。二九十八。八は風を主り、風は虫を主る。虫は故に八月にして化す。

鳥魚は皆陰に生じ、陽に属す。故に鳥魚は皆卵生す。魚は水に遊び、鳥は雲に飛ぶ。故に立冬に燕雀、海に入り、化して蛤と為る。」

唐の中期以後、宋末までの間は数学理論、計算技術に見るべき発達がなかったが、宋末および元初期に、連立方程式に相当する天元

術などが起った。

中国では、次第に「九九」が庶民の間にも拡まったのか、元の時代の朱世傑の著『算学啓蒙』(鎌倉時代の正安元年、1299)では、「積九数法」の見出しで「九九の表」が載っている。そして「一一如一」に始まる現在の「九九の表」の形に変わっている。明の時代には、すっかりこれが定着し、1593年の程大位『算法統宗』(豊臣秀吉の文禄二年)では

「九九合数では、掛け算は小なる数・大なる数の順に称え、九帰数では、大なる数・小なる数の順に称えるべし」

と書かれており、大なる数に小なる数を掛けるのも、検算法として奨められている。

中国から日本に最初にもたらされた算書の中には、「九九の表」そのものは見出されないが、日本でも中国と同じように「九九八十一」の方から称えていたと推測される。

これは、平安朝中期の天禄元年(970)に、源為憲が藤原為光の幼児松雄君のために、当時の貴族の子弟が教養として修めるべき事項を募めて編んだテキスト『口遊(くちずさみ)』の雑事門の中に「九九八十一」から始まる「九九の表」があることから判る。

中国では『算学啓蒙』が出て、「九九」が小さい方から唱えるようになったのに、その遙か後の室町時代に出た百科全書『拾芥抄』の印貝部には、「九九八十一」から始まる旧態の「九九の表」が載せてある。

さらに『拾芥抄』では、一の段(すなわち最後の縦列)はもう使われなくなったのか「一一二」と誤って書かれている。

日本で何時から「一一が一」に始まる現在の「九九の表」に変わったかは明らかでないが、天正五年(1577)に渡来し、秀吉、家康の愛顧を受け、慶長十五年(1610)に鎖国のため追放されたキリスト教の宣教師ジュアン・ロドリゲ

一九如九	一八如八	一七如七	一六如六	一五如五	一四如四	一三如三	一二如二	一一如一
二九一十八	二八一十六	二七一十四	二六一十二	二五一十	二四如八	二三如六	二二如四	
三九二十七	三八二十四	三七二十一	三六一十八	三五一十五	三四一十二	三三如九		
四九三十六	四八三十二	四七二十八	四六二十四	四五二十	四四一十六			
五九四十五	五八四十	五七三十五	五六三十	五五二十五				
六九五十四	六八四十八	六七四十二	六六三十六					
七九六十三	七八五十六	七七四十九						
八九七十二	八八六十四							
九九八十一								

『算学啓蒙』の「积九数法」(右端より縦に唱える)

見易くするため枠をつけた

									九々八十一
								八々六十四	八九七十二
							七々四十九	七八五十六	七九六十三
					六々卅六		六七四十二	六八四十八	六九五十四
				五々廿五	五六卅		五七卅五	五八四十	五九四十五
			四々十六	四五廿	四六廿四		四七廿八	四八卅二	四九卅六
		三々九	三四十二	三五十五	三六十八		三七廿一	三八廿四	三九廿七
	二々四	二三六	二四八	二五十二	二六十二		二七十四	二八十六	二九十八
一々一	一二々	一三々	一四々	一五々	一六々		一七々	一八々	一九々

『口遊』の「九九」(右端より縦に唱える)

見易くするため枠をつけた

すが、慶長九年（1604）に長崎で刊行した『日本大文典』（土井忠生訳、三省堂 1955）には、日本では二種類の「九九」が使われていると書いてある。

Joano Rodrigues, "Arte da Lingoa de Iapam"

さらに、当時人々が「九九」をどのように唱えていたかもこの本から判る。

「日本人の使う九九」

一九九(ココノツ)、二九十八、三九二十七、
四九三十六、五九四十五、六九五十四、
七九六十三、八九七十二、九九八十一

九の段しか書かれていないが、要するに九の段から始めるということであろう。ここでは、「一九ココノツ」を除いて、唱え方は現在のと同じである。

もう一つの「九九」として次を紹介している。
(現在のと違う唱え方だけに注記しよう)

「我々と同じように使う別の九九」

一一(イチイチ)が一、
一二が(または、の)二、
一三(イッサン)が(または、の)三、
一四(イッシ)が(または、の)四、
一五が(または、の)五、
一六が(または、の)六、
一七(イッシチ)が(または、の)七、
一八(イッパチ)が(または、の)八、
一九(イック)の九(または、イックココノツ)
二二の四、
二三が(または、の)六、
二四の八、
二五の十、
二六十二、
二七十四、
二八十六、

二九十八、
三三の九、
三四の十二、
三五の十五、
三六十八、
三七二十一、
三八(サンパチ)二十四、
三九二十七、
四四十六、
四五の二十、
四六二十四、
四七二十八、
四八三十二、
四九三十六、
五五二十五、
五六三十、
五七三十五、
五八(ゴハチ、又は、ゴハの)四十、
五九四十五、
六六三十六、
六七四十二、
六八(ロクハチ)四十八、
六九五十四、
七七四十九、
七八五十六、
七九六十三、
八八六十四、
八九七十二、
九九八十一

『算法統宗』を手本にして、江戸初期に書かれた『塵劫記』を通じて、日本でも、「九九の表」は「一一が一」からはじまるものに落ち着いた。

『塵劫記』の寛永四年（1627）の初版本では一の段があり、「一一の一」から「四四の十六」までは「の」が入っているが、寛永八年版は二の段からはじまり「の」は一切ない。寛永九年版では、二の段からはじまり、「二二の四」から「二七の十四」までに「の」が入っているという。

								一一の二
								一一の二
							二二の四	一一の二
							三三の九	二二の四
							四四の十六	三三の九
							五五の廿五	二二の四
							六六の卅六	一一の二
							七七の四十九	二二の四
							八八の六十四	三三の九
							九九の八十一	四四の十六
								五五の廿五
								六六の卅六
								七七の四十九
								八八の六十四
								九九の八十一

寛永四年版『塵劫記』の「九九」(右端より縦に唱える)
見易くするため枠をつけた

これらの「の」は、口調で入れていたのであるが、後には、ソロバンで桁上がりを生じない掛け算には、「二四が八」のように、「が」をいれて指の動きのたを計らった。

「九九」は、リズムをとって、唱えて覚えるのが基本であつたらうから、東海林さだお『新九九への道』(文春文庫『アイウエオの陰謀』収録)という奇想天外な短編にあるように、「九九」をなるべく縮小した形にするため、日本の数字には一文字だけを用い、つなぎの「が」も除いて、例えば

「六一が六」「六二十二」「六三十八」
「六四二十四」「六五三十」「六六三十六」
「六七四十二」「六八四十八」「六九五十四」

を

「ロイロ」「ロニジニ」「ロサジハ」
「ロシジシ」「ロゴサジ」「ロロサジロ」
「ロチジニ」「ロハシジハ」「ログゴジン」

などとすることは出来そうにもない。

日本と同様に、中国の算学の影響の下にあつた朝鮮の算書の中には、例えば 明治維新(1867)の頃出された南乗吉『算学正義』に見られるように、ずっと後まで「九九八十一」から始まる「九九の表」を踏襲したものもあつた。

この項は、銭 宝琮『中国数学史』、藪内清『中国の数学』、藤原松三郎『日本数学史要』、平山 諦『東西数学物語』、須賀源蔵『「九九」について』などを参考にした。

4. 万葉集の「九九」

中国から渡来した算法が、どれくらい一般の人々の間に広まったかは明らかでない。しかし、その中の「九九」は、新しもの好きの貴族階級にもてはやされた。

その証拠に、8 世紀中頃までの 400 年間

にわたる歌を集めた『万葉集』の歌の中には、「九九」に基づく戯訓の万葉仮名が使われているものが見出される。

「十六」と書いて「鹿(しし)」、「八十一」と書いて「くく」、「二二」と書いて「し」、「二五」と書いて「とを」と読ませるものなどである。

さらに、「二二」が二を二回重ねていることから、「重二」で「し」と読ませ、「十五」は「十五の月」すなわち「望月」であることから、「三五」または「十五日」で「もち」と読ませているものもある。

このことから、「二二四」は「ににが(又は、の)し」、「二五十」は「にごとを」と唱えられていたと推測される。

しかし、「四四十六」は「ししじゅうろく」であったのか、または「ししとをあまりむつ」であったのかは明らかでない。

同じように、「九九八十一」は「くくはちじゅういち」であったのか、または「くくやそあまりひとつ」であったのかも明らかではない。

これ等の戯訓を使う歌の作者には、柿本朝臣人麻呂、山部宿禰赤人などが含まれているが、彼等が算法を理解していたという証拠はない。

また、万葉集 4500 首余の歌の中で、東国の防人などの庶民の歌には、これらの戯訓は見られない。

以下に万葉集のこれらの歌を、番号順に、『万葉集 1-4』(小学館、日本古典文学全集)によって、挙げてみよう。

卷二 196 柿本朝臣人麻呂

飛ぶ鳥の 明日香の川の 上つ瀬に 石橋渡し
下つ瀬に 打橋渡す 石橋に生ひなびける 玉藻
もぞ 絶ゆれば生ふる 打橋に 生ひををれる 川
藻もぞ 枯るれば生ゆる なにしかも 我が大君の
立たせば 玉藻のまころ 臥やせば 川藻のごと
く なびかひの 宜しき君が 朝宮を 忘れたもふ
や 夕宮を 背きたまふや うつそみと 思ひし時
に 春へには 花折りかざし 秋立てば 黄葉かざ

し しきたへの 袖たづさはり 鏡なす みれども
飽かず 望 (= 三五)月の いやめずらしみ 思
ほしし 君と時どき 出でまして 遊びたまひし み
けむかふ 城上の宮を 常宮と 定めたまひて あ
ぢさはふ 目言も絶えぬ しかれかも あやに哀し
み ぬえ鳥の 片恋づま 朝鳥の 通はす君が
夏草の 思ひしなえて 夕星の か行きかく行き
大舟の たゆたふ見れば 慰もる 心もあらず そ
こ故に せむすべ知れや 音のみも 名のみ絶え
ず 天地の いや遠長く 偲ひ行かむ 御名にか
かせる 明日香川 万代までに はしきやし 我が
大君の 形見にここを

卷三 239 柿本朝臣人麻呂

やすみしし 我が大君 高光る 我が日の皇子の
馬並めて み狩立たせる 若薦を 獵路の小野
に 鹿(しし)(= 十六)こそば い這ひ拝め 鶉こ
そ い這ひもとほれ 鹿じもの い這ひ拝み 鶉な
す い這ひもとほり 恐みと 仕へまつりて ひさか
たの 天見のごとく まそ鏡 仰ぎてみれど 春草
の いやめずらしき 我が大君かも

卷三 320 山部宿禰赤人

富士の嶺に 降り置く雪は 六月の もち (= 十
五日)に消ぬれば その夜降りけり

卷三 379 大伴坂上郎女

ひさかたの 天の原より 生れ来る 神の命 奥山
の さかきの枝に しらか付け 木綿取り付けて
齋ひへを 齋ひほりすえ 竹玉を しじに貫き垂れ
鹿 (= 十六)じもの 膝折り伏して たわやめの
おすひ取りかけ かくだにも 我は祈ひなむ 君
に逢はじかも

卷四 789 大伴宿禰家持

心ぐく (= 八十一) 思ほゆるかも 春霞 たなびく
時に 言の通へば

卷六 907 笠朝臣金村

滝の上の 三船の山に みづ枝さし しじに生ひた
 とがの木の いや継ぎ継ぎに 万代に かくし
 (= 二二)知らさむ み吉野の 秋津の宮は 神か
 らか 貴くあるらむ 国からか 見が欲しからむ 山
 川を 清みさやけみ うべし神代ゆ 定めけらしも

卷六 926 山部宿禰赤人

やすみしし わご大君は み吉野の 秋津の小野
 の 野の上には 跡見すえ置きて み山には 射
 目立て渡し 朝狩に 鹿猪(しし)(= 十六)踏み起
 こし 夕狩に 鳥踏み立て 馬並めて み狩そ立
 たす 春の茂野に

卷六 946 山部宿禰赤人

御食向かふ 淡路の島に 直向かふ 敏馬の浦の
 神辺には 深海松採り 浦廻には なのりそ刈る
 深海松の 見まく欲しけど なのりその 己が名
 惜しみ 間使ひも 遣らずて我は 生けりともなし
 (= 重二)

卷八 1495 大伴宿禰家持

あしひきの 木の間たち潜く(= 八十一) ほととぎ
 す かく聞きそめて 後恋ひむかも

卷九 1804 田辺福麻呂

父母が 成しのまにまに 箸向かふ 弟の命は
 朝霞の 消易き命 神のむた 争ひかねて 葦原
 の 瑞穂の国に 家なみや また帰り来ぬ 遠つ
 国 黄泉の界に 延ふつたの 己が向き向き 天
 雲の 別れし行けば 闇夜なす 思ひ迷はひ 射
 る鹿(しし)(= 十六)の 心を痛み 葦垣の 思ひ
 乱れて 春鳥の 音のみ泣きつつ あぢさはう 夜
 昼知らず かざろひの 心燃えつつ 嘆き別れぬ

卷十一 2542 (作者不詳)

若草の 新手枕を まきそめて 夜をや隔てむ
 憎く(= 八十一)あらなくに

卷十一 2710 (作者不詳)

犬上の 鳥籠の山なる 不知哉河 いさとを(= 二
 五)聞こせ 我が名告らすな

卷十三 3242 (作者不詳)

ももきね 美濃の国の 高北の 泳(くぐ)(= 八十
 一)りの宮に 日向かひに 行廓閑矣 ありと聞きて
 我が行く道の 奥十山 美濃の山 なびけと
 人は踏めども かく寄れと 人は突けども 心なき
 山の 奥十山 美濃の山

卷十三 3278 (作者不詳)

赤駒を 廐に立て 黒駒を 廐に立てて それを
 飼ひ 我が行くごとく 思い妻 心に乗じて 高山
 の 峰のたをりに 射目立てて 鹿猪(しし)(= 十
 六)待つごとく 床敷きて 我が待つ君を 犬な吠
 えそね

卷十三 3298 (作者不詳)

よしえやし 死(= 二二)なむよ我妹 生けりとも
 かくのみこそ我が 恋ひ渡りなめ

卷十三 3330 (作者不詳)

こもりくの 泊瀬の川の 上の瀬に 鶺鴒を八つ潜け
 下つ瀬に 鶺鴒を八つ潜け 上つ瀬の 鮎を食は
 しめ 下つ瀬の 鮎を食はしめ くわし妹に 鮎を
 惜しみ くわし妹に 鮎を惜しみ 投ぐるさの 遠
 ざかり居て 思ふ空 安けなくに 嘆く空 安けなく
 に 衣こそば それ破れぬれば 継ぎつつも また
 も合ふといへ 玉こそば 緒の絶えぬれば く(= 八
 十一)りつつ またも合ふといへ また逢はぬも
 のは 妻にしありけり

本項は、万葉集のすべての歌を調べ上げた
 須賀源蔵『「九九」について』によった。

5. 「九九」から出た言葉

「九九」が広まるにしたがって、「九九」を知っ
 てはじめて理解される言葉が、中国でも日
 本でも、現れた。

以下は、中国語に関しては『諸橋大漢和辞

典』から、また日本語に関しては幾つかの辞典から収録したものである。

○ 中国でも日本でも、一日は十二時(とき)で数えていたから、「二六時」は一日を指した。これは現在「四六時」というのと同じである。

○ 中国では、「二七」は十四、年令では十四歳を表す。

「二七而天葵至，任脈通，太衝脈盛，
月事以時下，故有子」

は、女子は十四歳になると経水(月経)が通ずることを言っている。

○ 中国でも日本でも、「二八」は年令の十六歳を言い、男子の思春期、女子の妙齡期、また日数では十六日をいう。

「二八頃より二十余りは人の瀬越しかや」
(仮名手本)

○ 中国でも日本でも、「三五」は年齢では十五才、また特に十五夜の月に用いる。

「二八人如花，三五月如鏡」

○ これは日本に特有であるが、「三五の十八」(また「三五の十九」，「三五の二十五」など)で、当然十五であるべきもということから、勘定の合わないことや、見込み違いのことをいう。

「おのが屋の内にては道理あって、とざま(世間)
にては三五の十八ありとかや」(仮名手本)

○ 中国でも日本でも、「三七」は二十一、特に二十一日目や二百十日をいう。

「毎七日一次攪之，三七日而成」
(和漢三歳図会)

○ 中国でも日本でも、「七七」は四十九であるが、特に人の死後の四十九日間、またそ

の第四十九日目をいう。これは仏教からの影響もあるのであろう。

○ 中国では「七九」は冬至から六十三日目をいう。特に「七九河開」は、冬至から六十三日目で氷が解け、船が通ずることをいう。

○ 中国では、「八九」は冬至から数えて七十二日目のことで、特に「八九雁来」は、七十二日目に雁が飛来することをいう。

○ 中国でも日本でも、「九九」はもちろん九九の算法をいうが、八十一のことも表し、また冬至から数えて八十一日目またはその期間をいう。

6. 日本中世の「九九」

平安朝時代には、文学作品の多くは女官により書かれた。彼女たちにとっては、計算は賤しむべきものだったので、作品の中に「九九」に関係する言葉は見られない。

しかし『口遊』に見られるように、「九九」は貴族の教養の一つであり、平安末期の藤原基俊の『新選朗詠集』には、次の歌が見られる。

「四九三十六之天 丹霞之洞高く開け
八九七十二之室 青巖之石削り成せり」

平安朝末から鎌倉時代には、数学といえば実用に関係ある「九九」だけになってしまった。

「算博士」の職分も

「算置く事を教えるなり」

となり、「算生」の任務も

「算術を算博士に習うものなり。」

算というのは「九九」を呼ぶことなり」

という処まで落ちてしまった。

室町時代(1392-1573)の学問は、「京の五山」といわれる臨濟宗の五つの禅寺僧侶たち

に受け継がれ、漢籍と伝典が学ばれた。

「五山文学」の中には、前に書いたもの以外にも、「九九」を知っていて初めて理解される表現が多くあらわれる。

「五々之中的の第一の粧」（梅花無尽蔵）

これは、(五々)二十五の菩薩は、念仏行者が命終わる際に、来迎する菩薩であるが、観音菩薩がその第一の姿である、という意味である。

「六々峯応(まさ)に一峯を減ずべし」

(幻雲詩稿)

「六々峯」は、東山三十六峯である。これは、庭に仮の山を作ったとき、それが三十六峯の一つを持って来たようである、という意味である。

「九九は元来八十一、七九は依然として六十三」

(策彦和尚詩集)

これは、もともと九九が八十一で、七九が六十三であるように、自然を自然と観じたところに悟りがある、という意味である。

これらに現れる「九九」の知識が基になっている表現を並べると、

九九八十一、 八九七十二、 七九六十三、
四九三十六
六八四十八、 五八四十
七七四十九、 四七二十八、 三七二十一、
二七十四
六六三十六、 二六十二
五五二十五、 三五十五

の多きに及ぶ。

このことから、当時多少の学問のある人は、「九九」を口ぐせにして、自由に使いこなしていた、と推察される。

謡曲の中にも

「帰命法蓮華教、一部八卷四七品」(謡曲「見延」)

などがある。「帰命」は「南無」の訳語で、法華教が八卷二十八品からなっていることを言っている。

庶民は謎解きを好んだが、永禄十二年(1568)に安芸厳島神社に奉納された狂言「二九十八」の中では、男が女を追って行き、住まいを尋ねたのに対して、女はただ「二九」とのみ答えて、立ち去ってしまう。

男は思案の果てに、

「ム、これは九九の算用を以て、

二九十八軒目という事であろう」

と思いつき、尋ねて行くと、案の定、家の前に女が立っていた、という筋立てであった。

江戸初期の元和九年(1623)に、安楽庵策彦が幼年時代から聞いてきた笑話・奇伝などを集めて書いた咄本『醒醉笑』には、次のような話が載っている。

質屋の娘が嫁入りした。何事にも、子供の頃から家で口ずさんでいた九九を使うので、愛想を尽かされ、家を出されることになった。その別れの際に言う

「三十二でよめいりし、四十六で子をもうけ、
四五二十にてさらるよ」

これらのことから、「九九」は庶民の中にもすっかり定着していた、と考えられる。

戦国時代ともなると、兵を徴募し、糧秣を蓄え、合戦を行うには、領主は計算しない訳には行かなかった。

この頃は、領主自ら、あるいは有能な家老が、直接計算にあたり、後の江戸時代のように、勘定方の役人にまかせるようなことはしなかった。

新しい「ソロバン」が中国から渡来したことも、

計算を便利なものとした。朝鮮出兵の文禄の役(1592)の際に、前田利家が肥前(長崎県)名護屋の陣で使用したという「ソロバン」が残っている。

「ソロバン」を有効に使うには、「九九」が身につけていることが必要だった。

毛利重能が、中国(朝鮮ともいう)に学び、程大位の『算法統宗』を持ち帰り、徳川二代将軍秀忠の元和六年(1622)に『割算書』を著した。

この本には、「割り算九九」のみが掲げられているが、それは「掛け算九九」の知識が前提となっていたのであろう。

この項は、主として 大矢真一『和算以前』によった。

7. 西方古代の算法

古代でも、収税や兵員の徴募に関係する役人、神殿の財産を管理する神官それに商人たちは、計算の知識および計算用具を必要とした。

バビロニアでは、60進法だったので、掛け算表は 1×1 から 59×59 となるはずであるが、発見されているのは、 7×1 から 7×19 までと、 7×20 、 7×30 、 7×40 、 7×50 だけである。

掛け算は、乗数を和に分割して、部分積を掛け算表から求め、それを算板を使って加え合わせていた。

神殿には付属の学校があり、書記希望の子供たちに読み、書き、算数を教えていた。

エジプト人は、掛け算表は持っていなかった。掛け算は、順次2倍してゆき、最後に加え算をして積を得ていた。

例えば、13を掛けるには、被乗数の10倍と3倍をとらず、 $8 + 4 + 1 = 13$ なので、被乗数の1倍、4倍、8倍を求め、最後にそれ

らを加え合わせたのである。

ギリシャ人は幾何学に天才を示したが、算術での独創性は殆どなかった。

ギリシャの数学者は、数の学理を"Arithmetica"、計算法を"Logistica"と呼んで区別した。学理と実際の間の差異は大きかった。

計算の技術は、詭弁学派が好んで学んだ題目であった。これに反して、プラトン等は理論的算術を尊重し、計算は賤しく子供らしい技術と考えた。

数字は、(ギリシャの)アファベットで表わされ、計算には算板が用いられた。

アテネの貴族の子弟たちには、読み、書きと算術も教えられたが、教育の主眼は体育と音楽にあった。

現在まで伝わっている最も早期の、 1×1 から 10×10 までの「掛け算表」は、アラビアのゲラサ出身のギリシャ人数学者 ニコマコス(100年頃)の著書『算術入門』に載っている。

しかし、彼がこれを載せたのは、計算の学習を目的としたのではなく、理論的考察に数列を利用するためだった。

この「掛け算表」は、現在われわれが使う「九九の表」と同じような正方形の形のもので、中世以降は、誤って「ピタゴラスの表」と呼ばれるようになった。

この『算術入門』は、1000年にもわたって、ヨーロッパにおける算術の取り扱い方の基となった。

ローマ人は、実際生活に関係しない科学に関心を示さず、理論的な面で、ギリシャの数学に付け加えるべき何等の新しい貢献をなさなかった。そのため数学史の中では軽んじられている。

しかしこの時代、ローマ帝国は広大な領土に強大な軍団を有し、また大土木工事を行ったの

であるから、計算技術が必須の環境にあったと思われる。

後期ローマの学者 ポエチウス は、旧い由緒ある貴族の出身で、哲学者かつ数学者だっただけでなく、政治家でもあった。

彼は自由7学科(算術、幾何、天文、音楽、文法、理論、修辞)の中の数学4学科のそれぞれに、教科書を著したが、それはキリシャ時代の教科書の初歩的な縮刷版にすぎなかった。

彼の『算術』(500年頃)はニコマコスの『算術入門』の要約であったが、後世にいたるまでヨーロッパ諸国で用いられた。この関係で、掛け算表は「ポエチウスの表」と呼ばれることもある。

ローマ時代の学校では、文学的形態の教材を朗詠させることで、加え算表や掛け算表を暗記させていた。ポエチウスは、学校の生徒たちが

「一と一で ニ、一とニで サン、…」

というように、単調なリズムで唱えている、と語っている。さらに、ポエチウスは書いている

「このだらだらした声は、教師のビシャとたく音と、たたかれた生徒の叫び声によって、ときどき途切れるだけである。」

ローマの初等教育では、主として読み書きと数の数え方や度量衡の知識を与える程度であった。

この項は、舟山良三『身近な数学の歴史』(正・続)、T.L. ヒース『ギリシャ数学史』、小倉金之助『カジヨリ 初等数学史』、I. Ya. デップマン『算数の文化史』などを参考にした。

8. インド記数法

ギリシャの数学活動が衰えた後に、大きな役割を果たしたのがインドの数学である。その最大の貢献は、記数法の確立とそれに伴う 0 の発見である。

ここで記数法とは、インドでは 10 進法で位取りを確定して、現在われわれが行っているように、すべての数を 1 から 9 までの数と 0 を用いて統一的に書き表したことである。

中国でも、古くから正確な 10 進法であり、一から九の数と、十、百、千、万など桁を示す数を使って、統一的に表示していたことは確かである。また 0 は中国で発見されたとも言われている。

しかし例えば、現在の表示(すなわちインド記数法)で 2041 は、中国流では二千四十一となる。すなわち、インド記数法では、千、十などの桁の表示が不必要になり、百の空位に 0 が入る。

このすべての数に、統一した明快な表示法を確立したインドの記数法の、加減乗除の筆算における優位は明らかであろう。

中国の数学では、計算上のこの欠点を、算木の使用が補っていた。また時代が下って、ソロバンが発達してからは、計算の途中では、位取りが全然問題にならなかったのである。

インド記数法は十分な発達をとげてから、12世紀になってヨーロッパへ伝えられた。インドからアラビアを経てヨーロッパに移入されたので、「アラビア数字」とか「アラビア記数法」と呼ばれるようになった。

数学史の中でのアラビアの役割が、中世の暗黒時代にギリシャの学識を保持し、後にそれをヨーロッパへ伝えただけという見方があるが、インド数字および記数法などをヨーロッパにもたらした功績は大きい。

ヨーロッパでは既に I, II, III, V, X, L, C, D, M のようなローマ数字が定着し、常用されていたので、インド数字がヨーロッパ社会に入り込むには、何等かの契機が必要であった。この契機が、八回にわたる「十字軍」であったと言われている。

十字軍は、第三回以後は、主として海路によった。その際の、イタリアの海港都市 ヴェネチア、ジェノア、ピサ などが、必要な船員を供給し、兵員の輸送と物資の補給に積極的に協力した。

その結果、これらの都市は東地中海への貿易路を確保し、東方貿易によって急速に繁栄し、貿易に必要な「読み、書き、算数」の教育熱が高まった。

インド数字、記数法の導入の第一歩は、イタリアはピサの商人 レオナルド・ピサーノ(俗称ピサのフィボナッチ)が 1202 年に著した の『算板の書』ではじまった。日本の鎌倉時代のことである。

Leonardo di Pisano (filio Bonacij Pisano),
"Liber Abaci"

彼は、アラビア商人との商売の体験から、アラビア数字、記数法の優れていることを認め、主に商人を相手に、この本を書いた。

この本では、インド数字の紹介、筆算による加減乗除などが解説してある。その上、現在フィボナッチ級数とよばれ、応用面でしばしば登場する級数の問題も挙げられている。

インド記数法の、ローマ数字記数法に対する優位性も明らかである。例えば、2041 は、ローマ数字では MMXLI となる。

イタリアでは、商人の間では、インド数字が間もなく広く用いられた。しかし、1299 年になって、フィレンツェの商人は商契約では、インド数字の使用が厳禁され、ローマ数字か言葉か、そのどちらかで書くように命ぜられた。

それは、インド数字の字体が確定しておらず、改竄されやすいためであった。日本でも小切手の文字に 壱, 弐, 参, 拾 などが使われるようにである。

インド・アラビア数字がドイツに入ったとき、ドイツの商人仲間では、その数字を覚えるために

次のような歌が流行したという。

「1 は舌、曲がり柄は 2、豚のしっぽは 3、腸詰めは 4、帆柱は 5、雄牛の角は 6、留め金は 7、鎖は 8、棍棒は 9、小さい丸と舌を合わせて 10」

インド数字の普及にもっとも貢献したのは、イギリス生まれの数学者で、パリの大学で数学と天文学を教えていた サクロボスコ(別名 ハリウッド、また ハリファクス)の著した『数術論』

Johannes de Sacrobosco,
"Tractatus de arithmetica"

であった。

この本は一名『通俗アルゴリズム』

"Algorismus vulgaris"

とも呼ばれた。「アルゴリズム」とは、アラビア数字を用いた計算法のことである。

この本は、詳しい説明も例題もなく、ただ規則が述べられているだけだったが、広く重宝がられた。インド数字のポエチウスの「掛け算表」も見られる。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

サクロボスコ『通俗アルゴリズム』の「掛け算表」

インド数字による記数法が、ヨーロッパで一般化し始めるのは、1450 年にグーテンベルグにより活版印刷術が発明され、さらにインド数字の字形が安定してきた、十六世紀に入って

からである。

もっとも早く普及したのはイタリア、スペインで、次いでドイツ、フランスに普及し、イギリスに普及したのは実に十七世紀になってからである。

この項は、I. Ya. デップマン『算数の文化史』、藤原松三郎『西洋数学史』、舟山良三『身近な数学の歴史』(正・続)、K. メニンガー『数の文化史』、小倉金之助『カジョリ 初等数学史』、小倉金之助『数学教育史』などを参考にした。

9. ヨーロッパの算術書

ピサの フィボナッチ の『算盤の書』で始まったインド記数法が、ヨーロッパに根付くには、ルネサンス期に入って、より適切な「算術」の解説書の出現を必要とした。この時期は、日本では室町時代に当たる。

イタリアの ピエトロ・ボルギ は、商人のための実用書を目指して、1484 年に『算術』を著した。

Pietro Borgi, "Arithmetica"

この本では、インド数字を使い、1 から10 までの「九九の表」の他に、当時の商用に必要とされた 12, 16, 20, 24, 32, 36 の 2, 3,, 10 倍の表も挙げてある。

イタリアの ルカス・パチョリ は、レオナルド・ダ・ヴィンチの友人であり、後にはフランシスコ会の修道士になった人であるが、1494 年に『算術・幾何・比および比例大全』を著した。

Lucas Pacioli,
"Summa de Arithmetica, Geometrica,
Proportioni et Proportionalita"

この本では、インド記数法と加減乗除法、代

数および幾何の知識が、商業実務に役立つように書かれている。掛け算は「九九の表」を使うことを前提としている。

また、この本では、商取引の結果をどう記載すべきかという方向に記述がおよび、基本帳簿と決算について説明がなされ、世界最初の「複式簿記」の本として、「ズンマ」(Summa) の名前で知られている。

ドイツのライプチヒ大学の教授であった ヨハネス・ウイッドマン は、1489 年に『あらゆる商目的のための迅速、巧妙な計算法』を著した。

Johanes Widman,
"Behende und hubsche Rechnung auf allen
Kaufmanschaften"

この本では、正方形型の「九九表」の他に、三角型の「(半)九九表」も見られる。表の側には、

「一生懸命に「九九」を学べば、あらゆる計算が簡単にできる」

と書かれている。またこの本では、+、- の記号が使われている。

1	2								
2	4	3							
3	6	9	4						
4	8	12	16	5					
5	10	15	20	25	6				
6	12	18	24	30	36	7			
7	14	21	28	35	42	49	8		
8	16	24	32	40	48	56	64	9	
9	18	27	36	45	54	63	72	81	

ウイッドマンの「掛け算表」

ドイツのエルフルトの アダム・リーゼ は、大変高名な数学師匠(=計算親方)で、今日でもドイツでは、計算の正しさを主張するとき「アダム・リーゼによると」(nach Adam Riese) という

言葉を使うほどである。

彼は幾つかの計算法の解説本を著したが、その中に1529年の『線上およびペンによる計算法』がある。

Adam Riese,

"Rechnung auf der Linihen und Federn"

ここで、「線上の計算」とは伝統的な「算板による計算」で「ペンによる計算」とは、インド数字を用いた筆算のことである。

この本では、その二つの計算法を示して、筆算による計算を奨めている。

この本での、+、- の使用、数の唱え方、3桁ごとの区切り方など、現在に通ずるものが多い。

イギリスでは、王室の侍医を勤めるほど医学にも通じていたロバート・レコードが、1540年に『技法の基礎』を著した。

Robert Recorde, "The Ground of Artes"

それまでの算術書はラテン語で書かれており、この本が英語で書かれた最初の入門書となった。

この本は、教師と生徒との対話形式という、現代風な書き方で、インド数字を使った筆算と、旧来の算板を使う計算法の両方を解説している。数学記号 +、- を使い、掛け算には「九九の表」を使っている。

この項は、I. Ya. デップマン『算数の文化史』、藤原松三郎『西洋数学史』、舟山良三『身近な数学の歴史』(正・続)、小倉金之助『カジョリ 初等数学史』、小倉金之助『数学教育史』、K. メニンガー『数の文化史』などを参考にした。

10. ヨーロッパの学校

それまでの庶民の教育は、教会で行われていたが、近世に入ると次第に学校や塾が起こっ

てきた。これらを日本の江戸時代(1600-1867)の寺子屋や藩校との対比で見よう。

ドイツでは、商業が盛んになるにつれ、商人階級の人たちは、子弟に日常生活に必要な読み、書きおよび算術を教えてくれる塾を求めた。

そのような塾では、最初は「読み」と「書き」だけが教えられたが、17世紀に入ると、各地に「計算塾」ができ、計算教師(計算親方)が誕生した。

1613年のニュールンベルグには、そのような塾が48あったという。計算教師たちは同業組合(ギルド)を作り、独占的な権利を獲得する処もあった。

18世紀になって、ドイツのプロイセン王、フリードリヒ・ヴィルヘルム1世(在位1713-1740)は、1714年に教育制度を整備し、多くの小学校を設立した。

しかし、田舎では教師のなり手が少なく、1722年には

「田舎では、学校教師を、仕立屋、織物工、鍛冶屋、車大工及び大工から選ぶべし」

との勅令を下した。

また、教員の質は、極めて低級で、例えば1729年の報告には、次のように述べられている。

「教員採用試験に応募したのは5人である。その中、加え算と引き算を多少知っている者が1人、加え算だけができるという者が1人、他の3人は計算については、全く無知であった」

イギリスでは、貴族階級の子弟のために、幾つかの名門パブリック・スクールが開設されていたが、古典教育が主眼で、算術などは教えられなかった。ある本には次のように書かれている。

「18世紀の終頃まで、有名なパブリック・スクールの普通の生徒は、201を43で割る計算をする

ことはできなかった、と言って過言でない」

イギリスでも、商業が発展するにしたがい、読み、書きと計算を学ぼうという意欲が商人や庶民の間に高まった。その結果、17-18 世紀は、「習字と算術を教える塾」の全盛期間となった。

しかし、「習字と算術の塾」であって、決して「算術と習字の塾」とは呼ばれなかった。教師は「習字の先生で数学家」と称えた。

塾が盛んになるにつれ、塾の教師の質が低下した。1740 年に出版された ウィリアム・ウェブスターの『算術』には、次の文が見られる。

「いろいろと、やりくりしても、生計が立てられない人が、たとえ金ぐぎ流にせよ、ともかく字がきれいに書いて、算術も、一年間は何分あるか、一マイルは何インチあるかというくらいの事が勘定できる頭があれば、最後の手段として、長屋裏か屋根裏の一室を借りて、絵かきに頼んで“習字と算術教授”という看板を書いてもらって、それを立てておく。すると、月謝が安いというふれこみで、何人かの生徒が集まってきたものである」

この時代にあつて、ヨーロッパの第一流の数学者たちは、初等教育から超然としており、庶民の算術の教育に対してなんらの影響も与えなかった。

算術の学習は、精神陶冶上価値あるものとしてなされたのではない。基礎を理解することもなく、ただ法則を覚えることに終始した。

この項は、小倉金之助『カジヨリ 初等数学史』、小倉金之助『数学教育史』などを参考にした。

11. 江戸時代の学校

江戸時代の数学を語るには、算木を用いて高度に発達した数理としての「和算」と、庶民の間に広く使われた計算用具としての「ソロバン」について書かなければならないが、ここでは「和算」については触れない。

「ソロバン」は、室町の末期に中国からもたら

され、経済力をつけた商人の間で広まり、日本で独自の改良がなされた。

「ソロバン」を早く効果的な計算具として使用するためには、その前段階としての「九九」の修得が必須となっていた。

江戸時代には、武士の子弟の教育機関としての「藩校」と、庶民の教育機関としての「寺子屋」があった。

武士の子弟は 8 歳になると藩校に入り、読書、算術、習字を学ぶのが普通であった。

午前に漢籍を学び、午後は温習した。また習字は藩士の中で書の上手な者に依頼して習わせた。しかし、算術を習おうとする者は甚だ少なかった。

勿論、武士の中でも「算」を必要とする部署はあったが、それは下級の武士がする仕事だと軽視された。一般に武士は、計算を賤しみ、「ソロバン」を手にとると手が汚れる、とまで言った。

江戸時代も中期以後になると、武士の収入は決まっておらず、生計は苦しくなった。いきおい、町人に頭を下げて金を借りざるをえない場合が多く、その屈辱のため、商人の富裕の基と考えられた「ソロバン」に嫌悪の念を示したのであろう。

寺子屋でも、教えるものは「読み、書き、ソロバン」の全部か、その中のどれかであった。

初期には「読み、書き」が主であったが、享保年間(1716-35)頃からは、算術すなわち「ソロバン」も教科として現れた。後には、数は多くないが、「ソロバン」だけを教える寺子屋も現れた。

一般には、手習師匠と「ソロバン」の師匠は別のことが多かった。教師は、男の場合もあり女の場合もあった。

寺子屋の生徒にも、男女の差別はなく、一つの寺子屋の生徒の数は 80 人ほどだった。

寺子屋で使う、民衆の生活に近い算法の教

科書が要求されたが、これに最もよく応えたのが吉田光由の『塵劫記』(初版は寛永四年、1627)であった。

『塵劫記』は、中国の程大位の『算法統宗』を手本とした「ソロバン」を使って行う加減乗除とその応用問題の書である。

「九九」は、あくまでも「ソロバン」を有効に使う前知識として学習された。現在「二二が四」というような呼び方に「が」入っているのは、掛けて桁上がりが生じないものである。

多くの「九九」は十の位から「ソロバン」の玉を動かす。「が」が入ると、十の位の玉を動かさない。すなわち「が」を唱えることが、計算上必要であったのである。

現在「九九」といえば、「掛け算九九」と相場が決まっている。しかし、江戸時代には加・減・乗・除のすべてに「九九」が用いられていた。

明治になってからも、しばらくの間は、この四通りの「九九」が用いられていたが、それは「ソロバン」が引き続いて教えられていたからである。

「掛け算九九」は、「ソロバン」にも筆算にも共通に用いられているが、それ以外の「九九」は本来「ソロバン」のためのものである。

「九九」は、「ソロバン」の玉の動かし方を「声」にしたものであるから、「ソロバン」にとって四種類の「九九」は必須のものであった。

和算家を書いた算術書の中の「足し算九九」は

(加えるの声)

一に九たすの十、 二に八たすの十、
三に七たすの十、 四に六たすの十、
五に五たすの十、 六に四たすの十、
七に三たすの十、 八に二たすの十、
九に一たすの十

と何のことはない 10 の補数を暗記させるだけ

であった。

これに反して、「ソロバン」のための算術の書では

(加えるの声)

一に九取の十、 二に八取の十、
三に七取の十、 四に六取の十、
五に五取の十、
六に四取の十・六に一足の十、
七に三取の十・七に二足の十、
八に二取の十・八に三足の十、
九に一取の十・九に四足の十

と、「ソロバン」玉の動きを指示した唱え方となっている。

例えば、六の段の「六に四取の十」とは、「ソロバン」の下段に玉が四個以上あれば、六を加える場合は、その中から四個を取り払って上の桁に一を入れるという意味であり、「六に一足の十」とは、下の段の玉が三個以下の場合は、地に一を加えて上の五の玉を払って、上の桁に一入れよという意味である。

幕末になり西洋の科学がもたらされたとき、和算家たちは、天文暦術は外国の方が優れているが、数学に限っては「和算」が世界に冠たるものであると自負していた。そのため、西洋の数学を積極的に学ぼうという者はなかった。

長崎の通詞で、西洋の数学書を訳した人はなく、数学を学んだ人も皆無だった。

日本で、西洋数学 - 洋算 が正式に教授されたのは「長崎海軍伝習所」でが最初で、航海術や国防の必要からであった。しかし、一般にその生徒たちも、数学の学習を嫌った。

明治になって、国家として、科学の教育・研究は洋学に切り替えられた。数学に関しては、この移行は、科学としての「和算」と「洋算」の優劣によって決められたのではなく、時代の激流によって規定されたのであった。

和算家は、依然として和算の研究を進めた

が、後続を失い、結局和算の研究は消滅した。

しかし、「ソロバン」は学校の算術教育の中で生き延びた。したがって、「九九」もそれに必要な基礎として唱え続けられた。

算術教育の中で、「ソロバン」の重みが変わり、教え方も「割算九九」を使わない指導法に変わるとともに、「九九」は次第に「掛け算九九」だけとなった。

この項は、川本享二『江戸の数学文化』、三上義夫『文化史上より見たる日本の数学』、佐藤健一『江戸庶民の数学』、佐藤健一『数学の文明開化』などを参考にした。

12. 明治以後の「九九」

明治新政府が

「邑に不学の戸なく、家に不学の人なからしむ」

という義務教育の宣言をしたのは明治 5 年 (1872) で、英国に遅れること 2 年であったことは注目に値する。

算術については

「洋法ヲ用フ」

として、筆算に切り替え和算を捨てた。しかし、「ソロバン」も廃止して筆算のみを採り上げたことには、反発が大きかった。

第一、洋式の算術を教えられる教師は殆どいなかったし、適当な教科書もなかった。

そのため、明治 6 年に政府は、算術は洋式のみを用いるように見えるが、そのつもりではない、従来の日本の算術も兼学させるつもり、と釈明している。

明治初期の代表的教科書の一つである『筆算訓蒙』(明治 2 年, 1869)では、乗法(掛け算)は加算の繰返しと説明され「九九」の暗記が求められている。それも(後で説明する)「総九九」でなく「順九九」であった。

「九九」は十の段、十一の段、十二の段まであったという。これは、『筆算訓蒙』が西洋の著

書を下敷きにしているためであろう。

文部省学監として明治の数学教育に大きな影響を与えた モルレー (= マレー) (David Murry) は、文部省に提出した報告の中で

「日本の教育に於ける既に従来知識、従来学問あらば、今より従来教育を立てるも亦必ず之を階梯として進ましむるに如かず。抑教育は漸を以てなるものにして、唯時代と人民の気質とに關係するが故に、従来教則を立てるに前日の教則の事を廢止するは思慮なしと云ふべし。」

とこの急激なパラダイム変換を批判している。彼はまた、同じ報告書の中で、

「今この国をして振興せしむるに、充分なる人材を造成するは実に政府の急務なりて、余今此の如く言ふと雖、固より日本人民を教育なしと謂ふに非ず。試みに之を欧州の俗に比するに、実に其の最上の国に遜らず。何となれば、日本全国の人民仮名字を讀且書すること能はざる者はなほ少しと、余之を知識ある人に開けり。此言果たして真ならば日本従来教育に於る、必歐米中最上の文明国に恥ざるべきなり。且其最卑賤の者と謂、通例の仮名字を書き又仮名綴りの書を読むことは婦女却つて男子に勝るものありと云ふ。余又貴族の教育に就て之を論ずるに、其力能く二千年来依然として一定な政府を維持するは亦吾輩の感ぜざる所にあらず・・・」

と述べて、江戸期の寺子屋や私塾での庶民教育の拡がりに驚きを示している。

明治 6 年 (1873) に、文部省編纂になる『小学算術書』が出版されているが、これは直観主義に基づくペスタロッチの教育思想を受けた コルバーン (W. Colburn) の著書『算術第一教程』

"Intellectual Arithmetic upon the Inductive Method of Instruction" (1821)

の影響によるものである。

この本の流儀は、教師が算術を演繹的に教えるのではなく、現在の算数教育での主流となっているように、生徒に帰納的に法則を発見させるものであった。

「九九」は「一が一」にはじまり、各段は十を掛けるまでやり、「九九八十一」と「九十が九十」で終わっている。

『小学算術書』は、直観主義、開発主義を背景として編纂された勝れた教科書であったが、最初はこれを使いこなせる教師が殆どおらず、亜流の教科書が出現した。

やがて明治 9 年 (1876) の「小学校令」で、教科書は文部省の検定制になる。先に算術から「ソロバン」を排除したが、

「…算術の改良方他に非ず筆算以て数理を学び珠算以て運用を施すに在るのみ…」

として、「ソロバン」を用いてもよいこととした。

明治 23 年 (1890) に新しい「小学校令」が公布された。その後、教科書疑獄事件などを経て、教科書は国定へと移行し『尋常小学算術書』が出された。

この本では、「九九」に関しては、第 2 学年で、二の段から上がっていき九の段に至り、最後に一の段が来る。

明治 40 年 (1907) に、義務教育が従来の 4 年から 6 年に延長された。これとともに、国定教科書は『修正国定教科書』に移るが、「九九」に関しては変化がない。

大正 7 年 (1918) に次の修正がなされた。その趣意書で、「九九」に関しては、

「九九」を暗記せしむることは、第二学年第二学期の最大要事とす。而して左に掲げる四項は何れも「九九」の活用を敏捷たらしむるに効あり。

一 何十又は何百という数に基数を掛くこと

二 各桁の積が九以下なる掛算

三 「九九」の結果と、或数との和、あるひは差を求むること

四 二位数に基数を掛くこと

『塵劫記』の「九九の表」をヨーロッパ風を書くとき、正方形でなく下が空白の逆三角形になる。この表のように、小さい数に大きい数を掛ける「九九」に限定したのを、「制限九九」または「順九九」という。

これに対して、大きい数に小さい数を掛ける「九九」を「逆九九」という。現在の小学校の算数のように、すべての組み合わせの掛け算をする「九九」を「総九九」という。

1×1	1×2	1×3	1×4	1×5	1×6	1×7	1×8	1×9
	2×2	2×3	2×4	2×5	2×6	2×7	2×8	2×9
		3×3	3×4	3×5	3×6	3×7	3×8	3×9
			4×4	4×5	4×6	4×7	4×8	4×9
				5×5	5×6	5×7	5×8	5×9
					6×6	6×7	6×8	6×9
						7×7	7×8	7×9
							8×8	8×9
								9×9

「順九九の表」

1×1	1×2	1×3	1×4	1×5	1×6	1×7	1×8	1×9
2×1	2×2	2×3	2×4	2×5	2×6	2×7	2×8	2×9
3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6	3×7	3×8	3×9
4×1	4×2	4×3	4×4	4×5	4×6	4×7	4×8	4×9
5×1	5×2	5×3	5×4	5×5	5×6	5×7	5×8	5×9
6×1	6×2	6×3	6×4	6×5	6×6	6×7	6×8	6×9
7×1	7×2	7×3	7×4	7×5	7×6	7×7	7×8	7×9
8×1	8×2	8×3	8×4	8×5	8×6	8×7	8×8	8×9
9×1	9×2	9×3	9×4	9×5	9×6	9×7	9×8	9×9

「総九九の表」

$a \times b$ は $b \times a$ と等しいから、「順九九」だけで十分という考えもあるが、いろいろな点から見て不自然である。

明治も中頃になって、ヨーロッパのように「総

九九」にすべし、という主張が起り、「総九九」あるいは「逆九九」に対する賛否の激しい論争が展開された。

小学校で「総九九」を指導するようになったのは、大正 14 年 (1925) の『尋常小学算術第二学年 教師用』からである。しかし、このときは乗数先唱の「九九」であった。

乗数先唱とは、乗法の式自体は「被乗数×乗数」となっているが、唱えるときは乗数を先にすることである。例えば、 $2 \times 3 = 6$ を「三二が六」と唱え、2 を 3 倍して 6 になると理解する。これは『塵劫記』などの在来の「九九」が、縦に唱えていた影響かもしれない。

英語では $2 \times 3 = 6$ は

"Two multiplied by three equals six."

で、「二三が六」をこれに対応させる方が、はるかに自然である。そのため、昭和 10 年 (1935) から使用された第四期国定教科書『小学尋常算術・第二学年』では、被乗数先唱に変えられ、「二三が六」は $2 \times 3 = 6$ を表すこととなった。

したがって、例えば「三の段」とは「総九九の表」の第 3 行目のことになった。そして授業では、五の段から始めて、二の段、四の段、六の段、七の段、八の段、九の段の順に教え、一の段は省かれた。

その後、掛け算の学習は、五の段、二の段 (あるいは、二の段、五の段)、続いて三の段から九の段、という順序でなされるようになった。

また、一の段の扱いは、教科書によりまちまちであったが、昭和 52 年 (1977) 以後は、どの出版社の教科書も、九の段の次に一の段を含めるようになった。

この項は、主として松原元一『日本数学教育史』によった。

13. むすび

「九九」が、我が国においてどのように庶民の間に広まって行ったかを、ヨーロッパの国々の場合と対比しながら、考察した。

昔から日本人は、新しく入ってきた文化・文明を異常な興味を持って取り入れ、自分のものとして来た。これは「数」についても例外ではない。

加減が精一杯であったころは、庶民にとって「九九」は誠に不思議な魔法だったかもしれないが、唱和して覚えやすいこともあって、早い時期に多くの人の常識になった。

それは、「九九」に関連した語句が、庶民の日常の言葉になっていることから判る。

これに較べ、ヨーロッパでは、その言語の構造が「九九」を唱えて覚えるのに適合しないこともあって、それが庶民に浸透するのはかなり遅れた。

日本に入った中国の算学の問題点は、厳密な 10 進法ではあるが、計算に適した記数法になっていなかった処にあった。この欠点は、算木による計算と、ソロバンの使用で代替えして行ったが、新しい飛躍のためには大きな足枷であった。

明治政府が、「洋算」への切り替えを断行したことは、今から考えれば、大英断であった。またそれが可能だったのは、「算」に対する興味が江戸時代に深く養われていたからである。

これに反して、例えば、中国ではどうであったろうか。中国にヨーロッパの数学書が入ってきたのは、日本へよりずっと早かった。しかし、明治維新から 30 年近く過ぎた日清戦争の後でも、中国語訳の数学書で使用されている記号は、国際的な記号でなく、中国でしか通用しない記号で書かれていたという。清朝の下では、急激な教育の変革は困難であり、それを支える環境は庶民の間で培われていなかった。

またアラブ諸国は、インド記数法をヨーロッパに伝えた歴史的な栄光を担ったのであるが、そ

の後はどうであったろうか。最近手にしたエジプトの小学校の算数の教科書では、どう見ても、使っている数字は 1, 2, …, 9 とはかなり異なり、計算も右から左に進んで行く。

勿論エジプトでも、上流階級の子弟の通う学校では、世界と同じ流儀の数学だそうだが、庶民はまったく世界から置き去りにされている。

「ソロバン」や「九九」を通じての意識下の訓練が、日本人の感性に大きな影響をもたらした。少なくとも現在までは、それが日本が高度工業国家に発展するのに、有利に働いたことは確かである。

大人たちには、昔覚えた「九九」が何時でも取り出せる記憶として今も残っている。日本の大臣が、冒頭で書いた英国の副大臣のような失態を演ずるとは思われない。

また、今でも日本の小学生のほとんどは、「九九」を覚えるのを、重荷としてではなく、楽しみとしていると聞く。それは大変喜ばしいことであるが、それではすべてが万々歳かという、そうではないであろう。

今日では、日常の計算のほとんどが電卓の演算キーの設定だけで片づき、商店での会計がバー・コードの読み取りに任される。このような状況の下では、児童たちに「計算」の習熟への動機付けを与えるのは、次第に困難になって行くのではないだろうか。

外国人は迅速に引き算ができないので、「つり銭」はすぐ来ない、と我々は笑っていた。しかし、計算を大幅に機械に任せられるようになった状況の下では、外国式に何ごとも一々表に当たって進めるという態度もまた、大きな利点を持っているのかもしれない。

このような思いから、小学校算数で、今後「九九」の学習がどのように指導されて行くかを、大きな興味を持って見守りたい。

【参考文献】

- I. Ya. デップマン(藤川訳),『算数の文化史』現代工学社 1986
- 藤原松三郎,『日本数学史要』宝文館 1952
- 藤原松三郎,『西洋数学史』宝文館 1956
- 舟山良三,『身近な数学の歴史』東洋書店 1991
- 舟山良三,『続・身近な数学の歴史』東洋書店 1996
- 平山 諦,『東西数学物語』恒星社厚生閣 1956
- T.L. ヒース(平田訳),『ギリシャ数学史』(復刻版) 共立出版 1998
- 川本享二,『江戸の数学文化』(岩波科学ライブラリー) 岩波書店 1999
- 加藤平左エ門,『日本数学史 上』槇書店 1967
- 松原元一,『日本数学教育史(算数編)』風間書房 1982
- K. メンガー(内村訳),『数の文化史』八坂書店 2000
- 三上義夫(佐々木校注),『文化史上より見たる日本の数学』(岩波文庫) 岩波書店 1999
- 小倉金之助,『カジョリ 初等数学史』(復刻版) 共立出版 1997
- 小倉金之助,『数学教育史』岩波書店 1949
- 大矢真一,『和算以前』(中公新書)中央公論社 1980
- 佐藤健一,『江戸庶民の数学 - 日本人と数 -』東洋書店 1998
- 佐藤健一,『数学の文明開化』東洋経済新報社 東洋書店 1998
- 澤田吾一,『日本数学史講話』刀江書院 1928
- 須賀源蔵,『「九九」について』1-6 数学史研究 54, 55 (1972), 56, 57, 59 (1973), 60 (1974)
- 藪内 清,『中国の数学』(岩波新書) 岩波書店 1996
- 銭 宝琮(川原訳),『中国数学史』みすず書房 1990